

## Dunkle Materie und relativistische Masse

Antigravitation ist bereits Teil der ART. Sie wird als Störglied bezeichnet, weil sie so gering erscheint und damit schon von A. Einstein nicht weiter berücksichtigt wurde. Sie wird aber erwähnt.

Dem Autor aber erscheint sie im Rahmen seiner Studien groß, was er mit diesem Aufsatz zum Ausdruck bringen will. Sein Störglied unterscheidet sich zwar nicht von dem aus der ART, leitet sich jedoch anders her (s. Anlage 1.1 und 1.2), woraus sich neue Möglichkeiten ergeben. Zudem erhält die Antigravitation aus dem Störglied mittels relativistischer Massen eine neue Dimension.

### Inhalt:

Die Herangehensweise des Autors hat wenig mit der ART zu tun, die mit Energien nur schwierig umgehen kann. Es wird nämlich eine Energiebilanz für das Universum erstellt und daraus ein anderer Ausdruck für  $\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  gewonnen. Dieser neue Ausdruck namens q (s Anlage 2) steht für

das Verhältnis des Dichteparameters der Materie zum Dichteparameter der baryonischen Materie  $q = \beta = \frac{\Omega_m}{\Omega_b}$ . Somit erhält man vier Ausdrücke für das Verhältnis relativistischer Masse M zur

Ruhmasse  $M_0$ ,  $\frac{M}{M_0}$ , sowie  $\beta$ , q und  $\frac{\Omega_m}{\Omega_b}$ . Das hat schlussendlich den Vorteil, die wahre Expansionsgeschwindigkeit des Weltalls v ermitteln zu können und daraus dann naheliegend den Hubble-Parameter H(a), mit dem über den Wahrheitsgehalt der Theorie geurteilt werden kann, da er aus der Empirie existiert.

Doch es ergeben sich auch Schwierigkeiten, auf die noch eingegangen wird.

### Energiebilanz:

Die Energiebilanz des Universums ergibt sich unter Ersatz von  $M = M_0 q$  und  $q = \beta = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  sowie

dem Radius des Universums nach seinem Alter mittels des Skalenfaktors a(t) zu  $R = a(t) R_0$ , wobei  $R_0$  vorübergehend mit  $R_0 = c t_0$  angenommen wird. Die Terme werden anschließend definiert. Die Energiebilanz lautet:

$$M_0 c^2 (q - 1) + M_0 q c^2 = \frac{1}{2} \left( M_0 c^2 - M_0 q \left( c \left( 1 - \frac{M_0 q G}{a(t) R_0 c^2} \right) \right)^2 \right) + \frac{4}{3} \pi \rho_\Lambda R_0^3 c^2 \quad (1)$$

Definitionen:

$M_0 c^2 (q - 1)$ : Kinetische Energie der Masse des Universums.

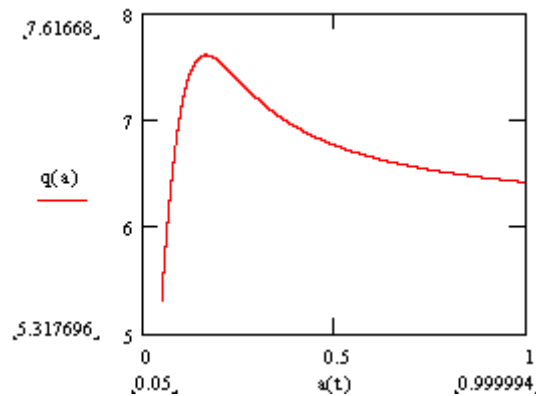
$M_0 q c^2$ : Energie der relativistischen Masse des Universums.

$$\frac{1}{2} \left( M_0 c^2 - M_0 q \left( c \left( 1 - \frac{M_0 q G}{a(t) R_0 c^2} \right) \right)^2 \right): \quad \text{Potentielle Energie der Masse des Universums (Herl. s. Anlage 1.2).}$$

$$\frac{4}{3} \pi \rho_\Lambda R_0^3 c^2: \text{Energie des Urknalls (Dunkle Energie).}$$

### Dunkle Materie:

Aus dieser Energiebilanz wird nun  $q(a)$  bzw.  $q(t)$  extrahiert (s. Anlage 2):



Der Verlauf  $q$ 's, also das Verhältnis der rel. Masse des Univ. zur Ruhmasse mit der Dichte baryonischer Materie, ist nun also ein ganz anderer als der beim Skalenfaktor  $a(t)$  aus der ART bislang angenommenen.

Am klassischen Modell gesprochen zeigt sich davon unbeirrt über  $\beta$  und  $q$  aber die Möglichkeit, der Expansionsgeschwindigkeit  $v$  des Universums auf die Spur zu kommen:

$$q(a) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v(a)^2}{c^2}}} \quad v(a) = c \sqrt{1 - \frac{1}{q(a)^2}}$$

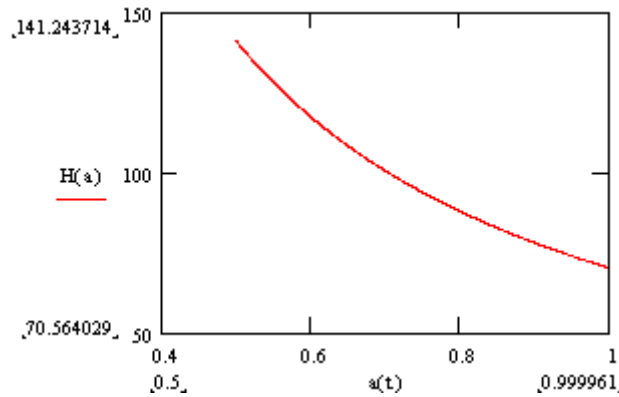
Das moderne Bild vom Universum aber, die Anschauung vom unendlich großen Rosinenbrot, ermöglicht eine radikal neue Sichtweise auf eine Bewegung der Galaxien, wenn auch womöglich mehr virtuell:

Und zwar bewegt sich ein Beobachter relativ zu den Himmelskörpern am kosmischen Horizont. Jeder Beobachter, jede Galaxie, ist Mittelpunkt seines kosmischen Horizonts. Er bzw. sie hat gegenüber allen Himmelskörpern an diesem Horizont Lichtgeschwindigkeit oder zumindest fast, legt man den Mittelpunkt des Horizonts in die Galaxie am Horizont. Frappierend ist daran der Umstand, der Beobachter, die Galaxie, bewegt sich gegenüber der gesamten bewegten Kugeloberfläche des Horizonts gleichzeitig. Das ist von einem Mittelpunkt nicht zu erwarten und der Autor bezeichnet diese rasend schnelle Bewegung daher als virtuell.

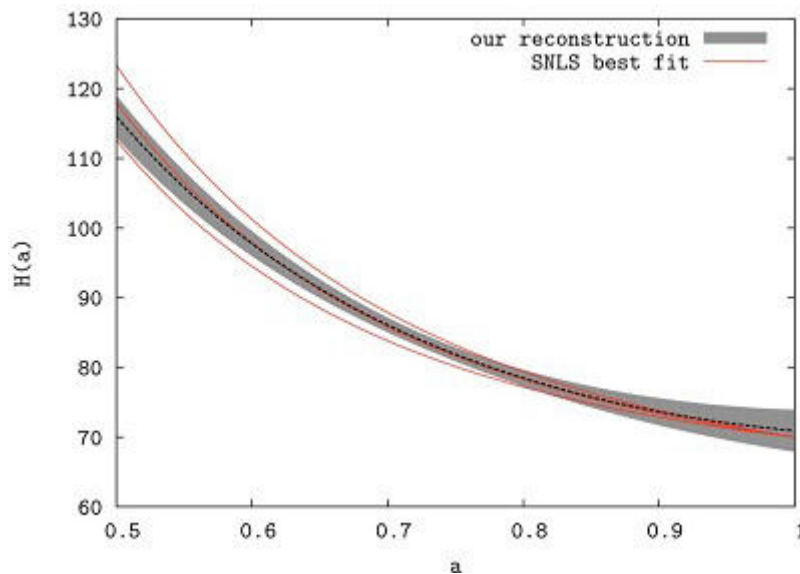
**Hubble-Parameter:**

Auf diesem Weg definiert sich der Hubble-Parameter zu  $H(a) = \frac{v(a)}{a(t)R_0}$ .

Mit dem Faktor Mpc/1000 ergibt sich:



Der Hubble-Parameter aus der Empirie zeigt,



dass zwar eine Ähnlichkeit besteht, aber besonders am halben Alter eine starke Abweichung auftritt. Angesichts der Eigenschaften  $q$ 's lässt sich auch hier konstatieren, dass der bestehende Skalenfaktor  $a$  aus der ART nicht mit diesem Modell korreliert. Das Störglied der Antigravitation aus der ART ist nicht Teil des Skalenfaktors  $a$ , der hier verwendet wurde.

**Alter bzw. Radius:**

Über den Skalenfaktor  $a$ , der im Wesentlichen aus den Dichteparametern und der Zeit besteht, wie sie auch hier verwendet wurden, lässt sich leicht das Alter des Universums bestimmen. Nicht so verhält es sich mit dem Radius des Universums, der deshalb vorerst auf  $R_0 = c t_0$  gesetzt worden

war. Bei der Auswertung der Energiebilanz aber und damit mit  $q$ , stellte sich heraus, dass  $q$  auch  $\frac{\Omega_m}{\Omega_b}$  entspricht. Auf dieser Grundlage kann  $R_0$  iteriert werden:

```

R0 := | R0 ← c · t0
      | n ← 0
      | while n ≤ 3
      |   | R0 ← R0 -  $\frac{q(R_0) - \frac{\Omega_m}{\Omega_b}}{\frac{d}{dR_0} \left( q(R_0) - \frac{\Omega_m}{\Omega_b} \right)}$ 
      |   | n ← n + 1
      | R0 ← R0

```

$R_0$  ergibt sich zu  $1.29 \text{ E}26$  Metern, während  $c \cdot t_0 = 1.301 \text{ E}26$  war. Auch liegt es nahe,  $R_0$  über die Integration der Expansionsgeschwindigkeit  $v(a)$ 's (s. S.2) mit  $R_0 = \int_0^{t_0} v(t) dt$  zu  $1.29 \text{ E}26$  numerisch zu bestimmen. Dies ist deshalb möglich, da die Integrationskonstante null ist, schließlich beginnt  $R_0$  wie auch  $v$  bei null.

### Schlussbemerkung:

Kinet. Energie und rel. Masse und damit die Dunkle Materie korrespondieren in erster Linie mit der pot. Energie, wie aus (1) hervorgeht, was damit begründet wird, dass die Dunkle Energie feststeht. Der Autor stellt sich den Urknall ähnlich wie eine Supernova vor, bei der ein Großteil der ursprünglich vorhandenen Materie abgesprengt wird, nur dass dies beim Universum nicht möglich ist. Schließlich entstehen Raum und Zeit erst durch ihn selbst.

Dass die Energiebilanz (1) bei näherer Betrachtung null ergibt, ist für den Autor eine Überraschung. Vermeintlich ist die Ausgangsenergie im Verhältnis zu den ungeordneten Energien, aus denen alles entsteht, sehr sehr gering, wie schon S. Hawking mit seinem Universum aus dem Nichts postulierte. Hawking lässt nicht einmal einen göttlichen Funken (Energie) zu.

Die Erkenntnis, der Skalenfaktor  $a$ , wie wir ihn kennen, passe nicht zu der hier behandelten Auffassung von der Expansionshistorie des Universums, wirft dem Autor große Schwierigkeiten auf den Weg. Dass die Kosmologie Einsteins ohne das Störglied so lange überdauern konnte, ist für ihn unverständlich. Die Problematik ist nun, dem Aufbau der bestehenden ART das Störglied hinzuzufügen, das Einstein nicht ohne Grund ignoriert haben wird. Der Autor wünscht, es möge nicht zu kompliziert werden bzw. wenigstens eine numerische Lösung möglich sein.

**Anhang:**

Verwendete Werte:

 $\Omega_{m,0} = 0.3188$  (Vergrößerung um 1.2 % gegenüber Lit.)

$$\Omega_{\Lambda} = 1 - \Omega_{m,0}$$

 $\rho_{\Lambda} = \Omega_{\Lambda} \rho_c$ : Dichte der Dunklen Energie zur Gegenwart.

$$\Omega_b = 0.0496$$

 $\rho_b = \Omega_b \rho_c$ : Dichte der baryonischen Materie zur Gegenwart.

G = Gravitationskonstante

c = Lichtgeschwindigkeit

$$M_0 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 \rho_b$$
: Grundmasse

$$\rho_c = \frac{3 H_0^2}{8 \pi G}$$
: kritische Dichte

$$H_0 = 67.4 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$$

$$\text{Skalenfaktor } a: a(t) = \left( \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}}} \sinh \left( 3 H_0 t \frac{\sqrt{1-\Omega_{m,0}}}{2} \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{Zeit zur Gegenwart aus } a: t_0 = -\frac{2}{3} \frac{\text{asinh} \left( \frac{-1+\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}} \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}}} \right)}{H_0 \sqrt{1-\Omega_{m,0}}}$$

$$\text{Start Zeitintervall } t_1 - t_0 \text{ mit } a_1 = a(t_1): t_1 = -\frac{2}{3} \frac{\text{asinh} \left( a_1^{\frac{3}{2}} \frac{-1+\Omega_{m,0}}{\Omega_{m,0}} \sqrt{\frac{\Omega_{m,0}}{1-\Omega_{m,0}}} \right)}{H_0 \sqrt{1-\Omega_{m,0}}}$$

# Anlage 1.1

## Ergebnis

In diesem Aufsatz sollen zwei Wege aufgezeigt werden, die zum Verständnis der Schwerkraft führen, wie es dem Aufsatz „Calculation of the Cosmic Expansion Rate“ zugrunde liegt. Der eine heißt 'Fluchtgeschwindigkeit', der andere 'Lichtgeschwindigkeit'.

### Fluchtgeschwindigkeit

Ganz zu Anfang der Untersuchung stand die Frage, welche Geschwindigkeit sich wohl ergibt, wenn die Zeitdehnung durch Bewegung gleich der Zeitdehnung durch die Gravitation sein soll. Allerdings soll die Zeitdehnung durch Gravitation nicht relativ zugrunde gelegt werden, sondern absolut. Damit wird angenommen, dass es die unendliche Entfernung vom Himmelskörper gibt.

$1 - \frac{m \cdot G}{r \cdot c^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$  ergibt  $v = \sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2}}$ . Diese Geschwindigkeit  $v$  liegt in üblichen

Verhältnissen sehr, sehr nahe an der Fluchtgeschwindigkeit  $v_e = \sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r}}$ , die sich aus der Äquivalenz von kinetischer und potentieller Energie ergibt.

Es gibt aber noch einen Trick, die Fluchtgeschwindigkeit herzuleiten: Nimmt man die Durchschnittsbeschleunigung auf dem Wege aus der unendlichen Entfernung zur Oberfläche des Himmelskörpers, darf man die Physik der gleichförmigen Beschleunigung anwenden:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow v = a \cdot t \rightarrow t = \frac{v}{a} \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

Die Übertragung dieses Zusammenhangs auf die Fluchtgeschwindigkeit erfolgt, indem

$$a = \bar{g} \rightarrow \bar{g} = \frac{\int_r^\infty f(g) dr}{s} \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{\int_r^\infty f(g) dr}{s} \cdot s} \rightarrow s = \infty - r \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr}$$

Nimmt man die aus den Zeitdehnungen gefundene Geschwindigkeit, so findet sich folgende Beschleunigung:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2}} = \sqrt{2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr} \rightarrow 2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2} = 2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr$$

$$\frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{2 \cdot r^2 \cdot c^2} = \int_r^\infty f(g) dr \rightarrow g = \frac{d}{dr} \left( \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{2 \cdot r^2 \cdot c^2} \right) \rightarrow g = -\frac{M \cdot G}{r^2} + \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}$$

Da die Beschleunigung hin zu größeren Abständen kleiner wird, also bremst, muss, um einen Vergleich zur Erdbeschleunigung herzustellen, das Vorzeichen gewechselt werden, so dass gilt:

$$g = \frac{M \cdot G}{r^2} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}$$

Dieses  $g$  gilt für den Fall, dass die aus einem Vergleich der Zeitdehnungen hergeleitete Geschwindigkeit die 2. kosmische Geschwindigkeit ist. Diese Beschleunigung unterscheidet sich in den üblichen Verhältnissen nur sehr, sehr wenig von der newtonschen Auffassung der Gravitation.

# Anlage 1.2.

## Lichtgeschwindigkeit

Die gleiche Auffassung der Schwerkraft ergibt sich nun auf ganz anderem Wege:

Nach Newton gilt für den freien Fall  $E_{pot} + E_{kin} = const$ . Hierbei ist  $E_{pot} = m \cdot U$ . Für den Fall, dass am Start  $E_{kin(R)} = 0$  ist, gilt dann  $const = E_{pot(R)}$ . Am Ziel des freien Falles gilt

$$E_{kin(r)} = const - E_{pot(r)} \text{ und damit ergibt sich } E_{kin(r)} = E_{pot(R)} - E_{pot(r)}, \text{ so dass man sagen kann:}$$
$$E_{kin(r)} = \Delta E_{pot}.$$

Aus ganz anderer Richtung kommt nun der Gedanke, dass über den Raum hinweg in verschiedene Gravitationsstärken eine Aussage über das Massenäquivalent gemacht werden kann. Und zwar gilt nach Einstein  $E = m \cdot c^2$ . Die Lichtgeschwindigkeit aber ändert sich mit der Beobachtung über einen Abstand bzw. in ein anderes Gravitationspotential mit

$$c' = c \cdot \left(1 - \frac{\Delta U}{c^2}\right), \text{ so dass ein Ausdruck } E' = m \cdot c'^2 \text{ formuliert werden kann. Hieraus ergibt}$$

sich über die Distanz eine Energiedifferenz und unter Zuhilfenahme des freien Falles

$$\Delta E = E_{Start} - E_{Ziel} \text{ der Ausdruck } \Delta E = m \cdot (c^2 - c'^2). \text{ Weiter sei } \Delta E_{pot} + E_{kin} = \Delta E. \text{ Nach}$$

obiger Überlegung sei danach  $\Delta E_{pot}$  die Gravitationsenergie zur einen Hälfte von  $\Delta E$  und zur anderen  $E_{kin}$ . Um nun die Beschleunigung zu ermitteln, die die Änderung der

Lichtgeschwindigkeit hervorruft, wird die Gravitationsenergie herangezogen:  $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$ .

Für  $\Delta U$  gilt nach Newton  $\Delta U = U_{Start} - U_{Ziel}$ , wobei  $U_{Start} = -\frac{M \cdot G}{R}$  und  $U_{Ziel} = -\frac{M \cdot G}{r}$ .

Damit ist  $\Delta U = \left(-\frac{M \cdot G}{R}\right) - \left(-\frac{M \cdot G}{r}\right)$ . Um absolut zu rechnen gilt  $R = \infty$ , also ist  $U_{Start} = 0$ .

Das ergibt  $\Delta U = \frac{M \cdot G}{r}$ . Wenn aber  $\Delta E = m \cdot c^2 - m \cdot \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2$ , und  $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$ ,

$$\text{dann ist } \Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \left( m \cdot c^2 - m \cdot \left( c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right)^2 \right).$$

Da  $E_{pot} = m \cdot U$  ist, ist  $\Delta E_{pot} = m \cdot \Delta U$ . Damit ist  $\Delta E_{pot} = m \cdot (U_{Start} - U_{Ziel})$ . Um absolut zu rechnen, wird  $R = \infty$ . Damit ist  $U_{Start} = 0$ . Somit heißt  $\Delta E_{pot} = m \cdot (-U_{Ziel})$ . Mit

$\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$  lautet der Zusammenhang für die Änderung der Lichtgeschwindigkeit

$$m \cdot (-U_{Ziel}) = \frac{1}{2} \cdot \left( m \cdot c^2 - m \cdot \left( c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right)^2 \right). \text{ So ergibt sich}$$

$$U_{Ziel} = -\frac{1}{m} \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \left( m \cdot c^2 - m \cdot \left( c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right)^2 \right) \right) \text{ bzw. } U_{Ziel} = -\left( \frac{1}{2} \cdot \left( c^2 - \left( c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right)^2 \right) \right).$$

Da  $g = \frac{d}{dr} U_{Ziel}$  ergibt sich über  $g = \frac{d}{dr} \left( -\left( \frac{1}{2} \cdot \left( c^2 - \left( c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right)^2 \right) \right) \right)$  das gleiche

$$\text{Ergebnis für die Schwerebeschleunigung wie im vorigen Kapitel: } g = \frac{M \cdot G}{r^2} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}.$$

## Anlage 2

$$M_{pc} := 3.086 \cdot 10^{22} \quad c := 2.9979 \cdot 10^8 \quad H_0 := 67.4 \cdot \frac{1000}{Mpc} \quad G := 6.674 \cdot 10^{-11} \quad \rho_c := \frac{3 \cdot H_0^2}{8 \cdot \pi \cdot G}$$

$$\Omega_b := 0.0496 \quad \Omega_{M0} := 0.31882533 \quad \Omega_\Lambda := 1 - \Omega_{M0} \quad \rho_b := \Omega_b \cdot \rho_c \quad \rho_\Lambda := \Omega_\Lambda \cdot \rho_c \quad \rho_{M0} := \Omega_{M0} \cdot \rho_c \quad a_1 := 0.5$$

$$t_1 := \frac{-2}{3} \cdot \frac{\operatorname{asinh} \left[ a_1^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{(1 + \Omega_{M0}) \cdot \sqrt{\Omega_{M0}}}{\Omega_{M0} \cdot \sqrt{(1 - \Omega_{M0})}} \right]}{(H_0 \cdot \sqrt{1 - \Omega_{M0}})} \quad t_0 := \frac{-2}{3} \cdot \frac{\operatorname{asinh} \left[ \frac{(1 + \Omega_{M0}) \cdot \sqrt{\Omega_{M0}}}{\Omega_{M0} \cdot \sqrt{(1 - \Omega_{M0})}} \right]}{(H_0 \cdot \sqrt{1 - \Omega_{M0}})} \quad a(t) := \left( \frac{\Omega_{M0}}{\sqrt{1 - \Omega_{M0}}} \cdot \sinh \left( 3 \cdot H_0 \cdot t \cdot \frac{\sqrt{1 - \Omega_{M0}}}{2} \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$R_0 := c \cdot t_0 \quad R_0 = 1.301 \cdot 10^{26} \quad t := t_1, t_1 - 1.001 \cdot t_0 \quad \frac{\Omega_{M0}}{\Omega_b} = 6.428 \quad \frac{\Omega_{M0}}{0.315} = 1.01214$$

$$M_0 \cdot c^2 \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] = \frac{1}{2} \left[ M_0 \cdot c^2 - M \cdot \left[ c \cdot \left( 1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right]^2 \right] + E_\Lambda \quad M_0 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \quad x := \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \quad z := \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_\Lambda$$

$$M_0 \cdot c^2 \cdot (q - 1) + M_0 \cdot q \cdot c^2 = \frac{1}{2} \left[ M_0 \cdot c^2 - M_0 \cdot q \cdot \left[ c \cdot \left( 1 - \frac{M_0 \cdot q \cdot G}{a(t) \cdot R_0 \cdot c^2} \right) \right]^2 \right] + \left( \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_\Lambda \cdot R_0^3 \right) \cdot c^2$$

$$x \cdot R_0^3 \cdot c^2 \cdot (q - 1) + x \cdot R_0^3 \cdot q \cdot c^2 = \frac{1}{2} \left[ x \cdot R_0^3 \cdot c^2 - x \cdot R_0^3 \cdot q \cdot \left[ c \cdot \left( 1 - \frac{x \cdot R_0^3 \cdot q \cdot G}{a \cdot R_0 \cdot c^2} \right) \right]^2 \right] + z \cdot R_0^3 \cdot c^2$$

$$q(R_0) := \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{1}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 - 444 \cdot c^2 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{11}{(9 \cdot x^2)} \cdot c^4 \cdot \frac{1}{R_0^4 \cdot G^2 \cdot \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{1}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 - 444 \cdot c^2 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}}} + \left[ \frac{2}{3 \cdot [x \cdot (R_0^2 \cdot G)]} \right] \cdot c^2$$

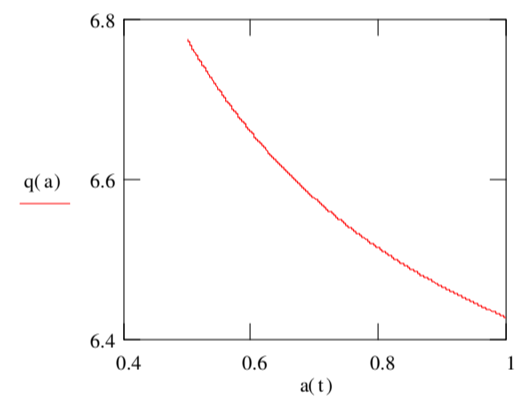
$$R_0 := c \cdot t_0 \quad R_0 = 1.285965 \cdot 10^{26}$$

```

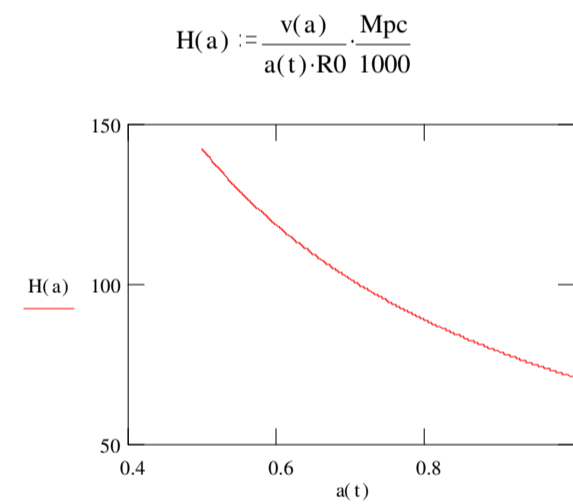
n ← 0
while n ≤ 6
  q(R0) = 6.428
  R0 ← R0 - (q(R0) - ΩM0) / Ωb
  d ← d / (q(R0) - ΩM0)
n ← n + 1
R0 ← R0

```

$$q(a) := \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot a(t)^2 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 \cdot a(t) + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 \cdot a(t)^2 - 444 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{11}{(9 \cdot x^2)} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{R_0^4 \cdot G^2 \cdot \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot a(t)^2 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 \cdot a(t) + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 \cdot a(t)^2 - 444 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}}} + \left[ \frac{2}{3 \cdot [x \cdot (R_0^2 \cdot G)]} \right] \cdot c^2 \cdot a(t)$$



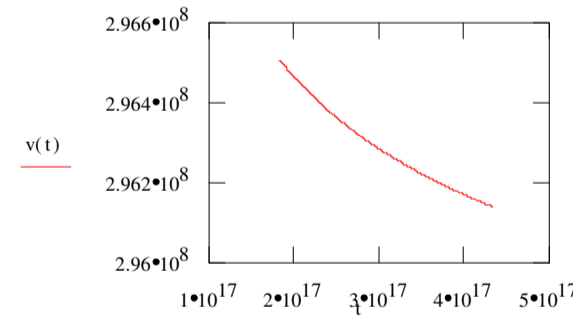
$$q(a) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v(a)^2}{c^2}}} \quad v(a) := c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{q(a)^2}}$$



$$q(t) := \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot a(t)^2 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 \cdot a(t) + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 \cdot a(t)^2 - 444 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{11}{(9 \cdot x^2)} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{R_0^4 \cdot G^2 \cdot \left[ \frac{1}{54} \cdot c^4 \cdot a(t)^2 \cdot \frac{(-74 \cdot c^2 \cdot a(t) + 81 \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G + 54 \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z)}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot \frac{a(t)^2}{[x^3 \cdot (R_0^6 \cdot G^3)]} \cdot \sqrt{400 \cdot c^4 \cdot a(t)^2 - 444 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot x \cdot R_0^2 \cdot G - 296 \cdot c^2 \cdot a(t) \cdot R_0^2 \cdot G \cdot z + 243 \cdot x^2 \cdot R_0^4 \cdot G^2 + 324 \cdot x \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z + 108 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot z^2} \right]^{\frac{1}{3}}} + \left[ \frac{2}{3 \cdot [x \cdot (R_0^2 \cdot G)]} \right] \cdot c^2 \cdot a(t)$$

$$q(t_0) = 6.428 \quad v(t) := c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{q(t)^2}} \quad R_{01} := \int_0^{t_0} v(t) dt \quad R_{01} = 1.285965 \cdot 10^{26}$$

$$\rho_b := \frac{1}{54} \cdot \frac{(32 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot \pi^3 \cdot \rho_{M0}^3 - 48 \cdot R_0^2 \cdot c^2 \cdot \pi^2 \cdot \rho_{M0}^2 + 90 \cdot c^4 \cdot \pi \cdot \rho_{M0} - 27 \cdot z \cdot c^4)}{(c^4 \cdot \pi)}$$



$$\Omega_{M0} := \frac{\Omega_b}{\rho_b} \quad \Omega_{M0} = 0.318825306669412$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \cdot c^2 \cdot \left( \frac{\rho_{M0}}{\rho_b} - 1 \right) + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \cdot \frac{\rho_{M0}}{\rho_b} \cdot c^2 = \frac{1}{2} \left[ \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \cdot c^2 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \cdot \frac{\rho_{M0}}{\rho_b} \cdot c^2 \cdot \left[ c \cdot \left( 1 - \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \cdot R_0^3 \cdot \rho_{M0}}{\rho_b} \cdot G \right) \right]^2 \right] + z \cdot R_0^3 \cdot c^2$$

$$R_0 := \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{6}}{(\pi \cdot (\rho_{M0} \cdot G))} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot \rho_{M0}^2 \cdot G \cdot c^2 - \sqrt{-16 \cdot \pi^4 \cdot \rho_{M0}^4 \cdot G^2 \cdot c^4 + 12 \cdot \pi^4 \cdot \rho_{M0}^3 \cdot G^2 \cdot \rho_b \cdot c^4 + 6 \cdot \pi^3 \cdot \rho_{M0}^3 \cdot G^2 \cdot z \cdot c^4}}{(\pi \cdot \rho_{M0})}}$$

$$\rho_b := \frac{1}{54} \cdot \frac{(32 \cdot R_0^4 \cdot G^2 \cdot \pi^3 \cdot \rho_{M0}^3 - 48 \cdot R_0^2 \cdot c^2 \cdot \pi^2 \cdot \rho_{M0}^2 + 90 \cdot c^4 \cdot \pi \cdot \rho_{M0} - 27 \cdot z \cdot c^4)}{(c^4 \cdot \pi)} \quad \Omega_b := \frac{\Omega_{M0}}{\rho_{M0}} \quad \Omega_b = 0.0496$$