

$$\text{Mpc} := 3.085677581 \cdot 10^{22} \cdot \text{m} \qquad G := 6.67430 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} \qquad c := 299792458 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \qquad H_0 := 67.4 \cdot \frac{\text{km}}{\text{s} \cdot \text{Mpc}}$$

$$\frac{1-\Omega_k}{\Omega_b} = q \Leftrightarrow x \qquad \frac{1-\Omega_k}{\Omega_b} = x + q \qquad x + q + k = \frac{1}{\Omega_b} \qquad 1 = \Omega_b \cdot (x + q + k)$$

$$\Omega_b := 0.04960 \qquad \rho_c := \frac{3 \cdot H_0^2}{8 \cdot \pi \cdot G} \qquad \rho_b := \Omega_b \cdot \rho_c \qquad Y := \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \rho_b \qquad \Omega_k := 0.0007 \qquad k_0 := \frac{\Omega_k}{\Omega_b} \qquad \Omega_{bs} := \frac{\Omega_b}{1 - \Omega_k}$$

$$q := \begin{cases} n \leftarrow 0 \\ q \leftarrow 6 \\ \text{while } n \leq 12 \\ \left| \begin{array}{l} q \leftarrow q - \frac{-1}{\left(-2 \cdot Y \cdot G + Y \cdot G \cdot \Omega_{bs} \right)} \cdot c \cdot \sqrt{Y \cdot G \cdot \left(-2 + \Omega_{bs} \right) \Omega_{bs} \left(\frac{1}{q} - 1 \right)} - \frac{1}{\left(Y \cdot \left(q \cdot G \right) \right)} \cdot \sqrt{\frac{\left(Y \cdot q^2 \cdot G \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} - \sqrt{-6 \cdot Y^2 \cdot q^4 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot \Omega_{bs}^2 + 3 \cdot Y^2 \cdot q^3 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot c^4 + 2 \cdot Y^2 \cdot q^3 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} \cdot c^4 \right)}{\left(q \cdot \Omega_{bs} \right)}} \\ \frac{d}{dq} \left[\frac{-1}{\left(-2 \cdot Y \cdot G + Y \cdot G \cdot \Omega_{bs} \right)} \cdot c \cdot \sqrt{Y \cdot G \cdot \left(-2 + \Omega_{bs} \right) \Omega_{bs} \left(\frac{1}{q} - 1 \right)} - \frac{1}{\left(Y \cdot \left(q \cdot G \right) \right)} \cdot \sqrt{\frac{\left(Y \cdot q^2 \cdot G \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} - \sqrt{-6 \cdot Y^2 \cdot q^4 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot \Omega_{bs}^2 + 3 \cdot Y^2 \cdot q^3 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot c^4 + 2 \cdot Y^2 \cdot q^3 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} \cdot c^4 \right)}{\left(q \cdot \Omega_{bs} \right)}} \right] \\ n \leftarrow n + 1 \end{array} \right| \\ q \leftarrow q \end{cases}$$

$$q = 6.420507 \qquad \Omega_{m0} := q \cdot \Omega_b \qquad \Omega_{m0} = 0.318457$$

$$R_0 := \frac{-1}{\left(-2 \cdot Y \cdot G + Y \cdot G \cdot \Omega_{bs} \right)} \cdot c \cdot \sqrt{Y \cdot G \cdot \left(-2 + \Omega_{bs} \right) \Omega_{bs} \left(\frac{1}{q} - 1 \right)}$$

$$R_0 = 1.277485 \cdot 10^{26} \cdot \text{m} \qquad M := Y \cdot R_0^3 \qquad M = 3.696 \cdot 10^{51} \cdot \text{kg} \qquad a := 0, 0.01..1$$

$$x(a) := q \cdot \left[\frac{-1}{54} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \frac{\left(110 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs} - 81 \cdot M \cdot G \cdot \Omega_{bs} - 54 \cdot M \cdot G \right)}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \frac{R_0^2}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} \cdot \sqrt{1176 \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \Omega_{bs}^2 - 660 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot M \cdot G - 440 \cdot M \cdot G \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} + 243 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 + 324 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} + 108 \cdot M^2 \cdot G^2} \right]^{\left(\frac{1}{3} \right)} - \frac{17}{9} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \left[\frac{R_0^2}{M^2 \cdot \left[G^2 \cdot \left[\frac{-1}{54} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \frac{\left(110 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs} - 81 \cdot M \cdot G \cdot \Omega_{bs} - 54 \cdot M \cdot G \right)}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \frac{R_0^2}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} \cdot \sqrt{1176 \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \Omega_{bs}^2 - 660 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot M \cdot G - 440 \cdot M \cdot G \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} + 243 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 + 324 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} + 108 \cdot M^2 \cdot G^2} \right]^{\left(\frac{1}{3} \right)}} \right] + \frac{2}{\left(3 \cdot \left(M \cdot G \right) \right)} \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2$$

$$x \leftarrow \frac{0.685}{\Omega_b}$$

$$R_{in} \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \left(c^4 - \frac{1}{q^2} \cdot c^4 \right)} \cdot \left(4 \cdot M \cdot G \cdot q \cdot c^2 + 4 \cdot M \cdot G \cdot x \cdot c^2 + 2 \cdot M \cdot G \cdot c^2 - 2 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} + 4 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} \cdot x \right)$$

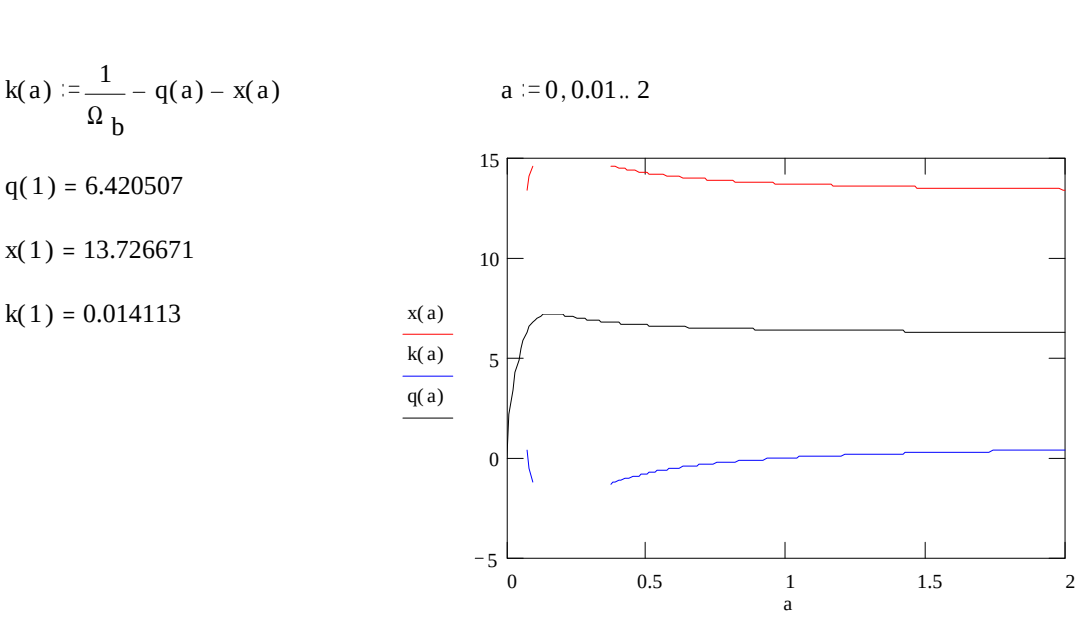
$$R_a \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \left(5 \cdot q \cdot c^4 - 3 \cdot c^4 - 2 \cdot c^4 \cdot x \right)} \cdot \left(2 \cdot c^2 \cdot q^2 \cdot M \cdot G + 2 \cdot \sqrt{-4 \cdot c^4 \cdot q^4 \cdot M^2 \cdot G^2 + 3 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 + 2 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot x} \right)$$

$$\text{while } R_{in} \neq R_a$$

$$\left| \begin{array}{l} x \leftarrow x - \frac{\frac{1}{2 \cdot \left(c^4 - \frac{1}{q^2} \cdot c^4 \right)} \cdot \left(4 \cdot M \cdot G \cdot q \cdot c^2 + 4 \cdot M \cdot G \cdot x \cdot c^2 + 2 \cdot M \cdot G \cdot c^2 - 2 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} + 4 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} \cdot x \right) - \frac{1}{2 \cdot \left(5 \cdot q \cdot c^4 - 3 \cdot c^4 - 2 \cdot c^4 \cdot x \right)} \cdot \left(2 \cdot c^2 \cdot q^2 \cdot M \cdot G + 2 \cdot \sqrt{-4 \cdot c^4 \cdot q^4 \cdot M^2 \cdot G^2 + 3 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 + 2 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot x} \right)}{\frac{d}{dx} \left[\frac{1}{2 \cdot \left(c^4 - \frac{1}{q^2} \cdot c^4 \right)} \cdot \left(4 \cdot M \cdot G \cdot q \cdot c^2 + 4 \cdot M \cdot G \cdot x \cdot c^2 + 2 \cdot M \cdot G \cdot c^2 - 2 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} + 4 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} \cdot x \right) - \frac{1}{2 \cdot \left(5 \cdot q \cdot c^4 - 3 \cdot c^4 - 2 \cdot c^4 \cdot x \right)} \cdot \left(2 \cdot c^2 \cdot q^2 \cdot M \cdot G + 2 \cdot \sqrt{-4 \cdot c^4 \cdot q^4 \cdot M^2 \cdot G^2 + 3 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 + 2 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot x} \right) \right]} \\ R_{in} \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \left(c^4 - \frac{1}{q^2} \cdot c^4 \right)} \cdot \left(4 \cdot M \cdot G \cdot q \cdot c^2 + 4 \cdot M \cdot G \cdot x \cdot c^2 + 2 \cdot M \cdot G \cdot c^2 - 2 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} + 4 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q} \cdot x \right) \\ R_a \leftarrow \frac{1}{2 \cdot \left(5 \cdot q \cdot c^4 - 3 \cdot c^4 - 2 \cdot c^4 \cdot x \right)} \cdot \left(2 \cdot c^2 \cdot q^2 \cdot M \cdot G + 2 \cdot \sqrt{-4 \cdot c^4 \cdot q^4 \cdot M^2 \cdot G^2 + 3 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 + 2 \cdot q^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot x} \right) \end{array} \right|$$

$$x \leftarrow x$$

$$q(a) := \left[\frac{-1}{54} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \frac{\left(110 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs} - 81 \cdot M \cdot G \cdot \Omega_{bs} - 54 \cdot M \cdot G \right)}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \frac{R_0^2}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} \cdot \sqrt{1176 \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \Omega_{bs}^2 - 660 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot M \cdot G - 440 \cdot M \cdot G \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} + 243 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 + 324 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} + 108 \cdot M^2 \cdot G^2} \right]^{\left(\frac{1}{3} \right)} - \frac{17}{9} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \left[\frac{R_0^2}{M^2 \cdot \left[G^2 \cdot \left[\frac{-1}{54} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \frac{\left(110 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs} - 81 \cdot M \cdot G \cdot \Omega_{bs} - 54 \cdot M \cdot G \right)}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} + \frac{1}{18} \cdot \sqrt{3} \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot \frac{R_0^2}{\left[M^3 \cdot \left(G^3 \cdot \Omega_{bs} \right) \right]} \cdot \sqrt{1176 \cdot c^4 \cdot a^2 \cdot R_0^2 \cdot \Omega_{bs}^2 - 660 \cdot c^2 \cdot a \cdot R_0 \cdot \Omega_{bs}^2 \cdot M \cdot G - 440 \cdot M \cdot G \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2 \cdot \Omega_{bs} + 243 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs}^2 + 324 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot \Omega_{bs} + 108 \cdot M^2 \cdot G^2} \right]^{\left(\frac{1}{3} \right)}} \right] + \frac{2}{\left(3 \cdot \left(M \cdot G \right) \right)} \cdot a \cdot R_0 \cdot c^2$$



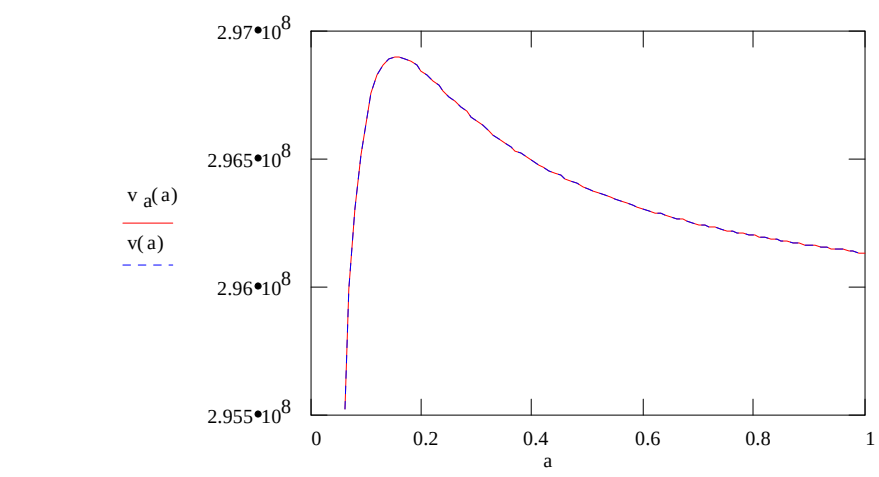
$$q(1.4) \cdot \Omega_b = 0.315$$

$$R_a(a) := \frac{1}{2 \cdot \left(5 \cdot q(a) \cdot c^4 - 3 \cdot c^4 - 2 \cdot c^4 \cdot x(a) \right)} \cdot \left(2 \cdot c^2 \cdot q(a)^2 \cdot M \cdot G + 2 \cdot \sqrt{-4 \cdot c^4 \cdot q(a)^4 \cdot M^2 \cdot G^2 + 3 \cdot q(a)^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 + 2 \cdot q(a)^3 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot c^4 \cdot x(a)} \right)$$

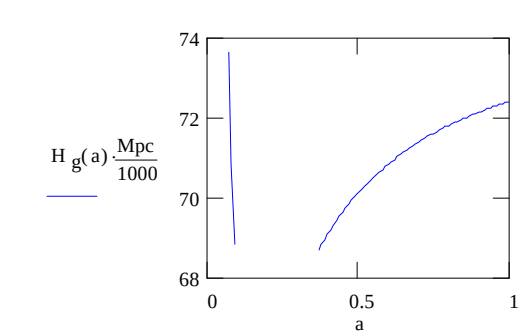
$$R_{in}(a) := \frac{1}{2 \cdot \left(c^4 - \frac{1}{q(a)^2} \cdot c^4 \right)} \cdot \left(4 \cdot M \cdot G \cdot q(a) \cdot c^2 + 4 \cdot M \cdot G \cdot x(a) \cdot c^2 + 2 \cdot M \cdot G \cdot c^2 - 2 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q(a)} + 4 \cdot G \cdot M \cdot \frac{c^2}{q(a)} \cdot x(a) \right)$$

$$v_a(a) := c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{q(a)^2}} \qquad v(a) := \sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot (2 \cdot (q(a) + x(a)) - 1) \cdot G}{R_{in}(a)} - \left[\frac{M \cdot (2 \cdot (q(a) + x(a)) - 1) \cdot G}{R_{in}(a) \cdot c} \right]^2}$$

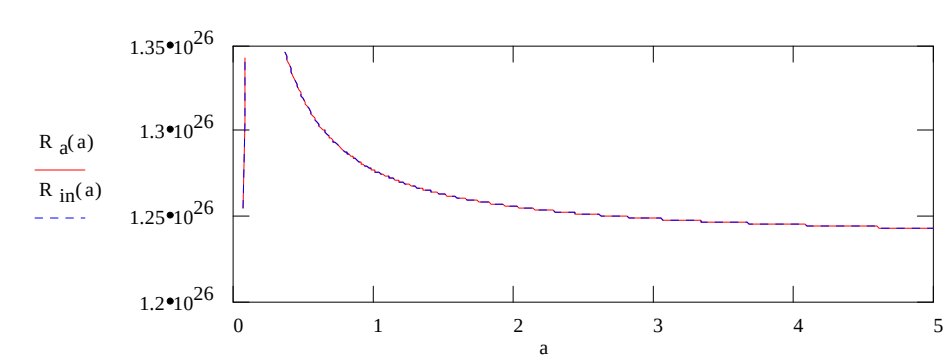
$$a := 0.06, 0.07.. 1$$



$$a := 1, 0.99.. 0.05 \qquad H_g(a) := \frac{c}{R_a(a)}$$



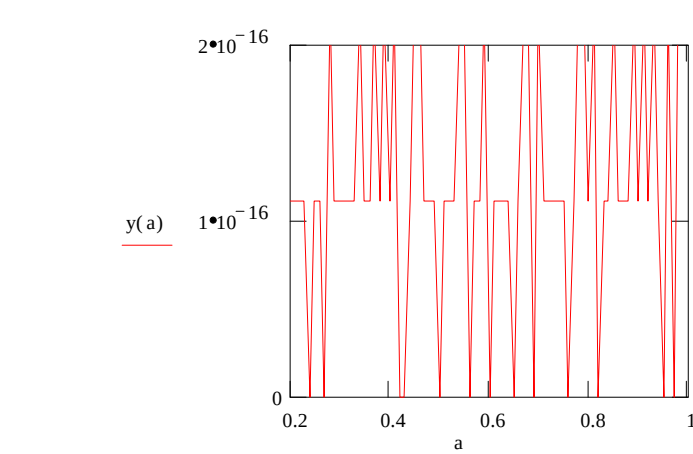
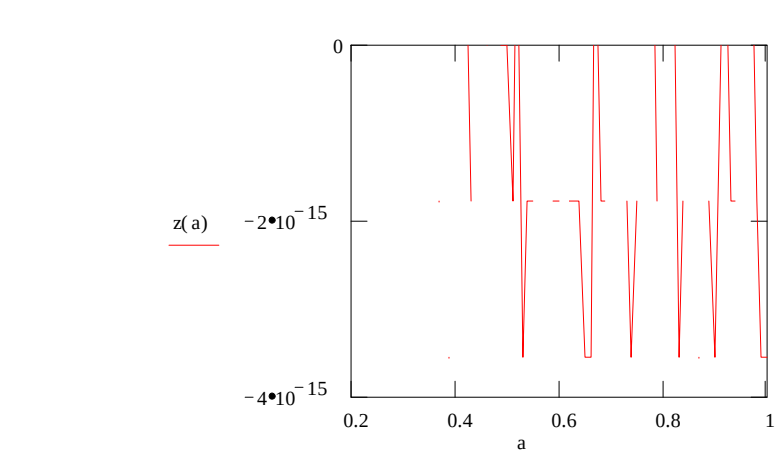
$$a := 0, 0.01.. 5$$



$$z(a) := (q(a) - 1) + q(a) + \frac{1}{2} \left[q(a) \cdot \left(1 - \frac{M \cdot q(a) \cdot G}{R_a(a) \cdot c^2} \right)^2 - 1 \right] - x(a)$$

$$y(a) := 1 - (q(a) + x(a) + k(a)) \cdot \Omega_b$$

$$a := 0.2, 0.21.. 1$$



$$t(a) := \frac{2}{3} \cdot \frac{a \sinh \left(\frac{\frac{2}{a^{\frac{2}{3}}}}{\sqrt{x(a) \cdot \Omega_b}} \right)}{\left(H_0 \cdot \sqrt{x(a) \cdot \Omega_b} \right)}$$

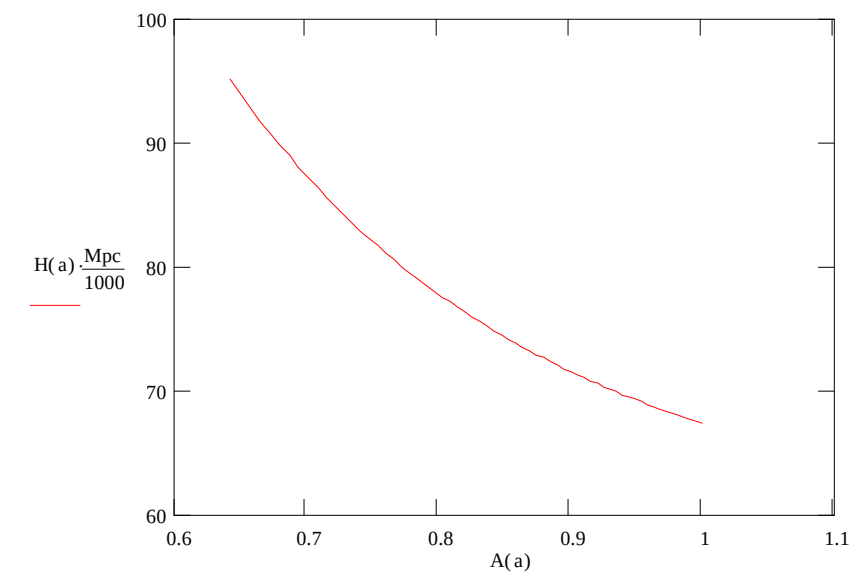
$$A(a) := \left(\frac{q(a) \cdot \Omega_b}{\sqrt{x(a) \cdot \Omega_b}} \cdot \sinh \left(3 \cdot H_0 \cdot t(a) \cdot \frac{\sqrt{x(a) \cdot \Omega_b}}{2} \right) \right)^{\frac{2}{3}}$$

$$dA(a) := \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{q(a) \cdot \Omega_b}{x(a) \cdot \Omega_b}} \cdot \sinh \left(\frac{3}{2} \cdot H_0 \cdot t(a) \cdot \sqrt{x(a) \cdot \Omega_b} \right) \right)^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{q(a) \cdot \Omega_b}}{\sqrt{x(a) \cdot \Omega_b}} \cdot \cosh \left(\frac{3}{2} \cdot H_0 \cdot t(a) \cdot \sqrt{x(a) \cdot \Omega_b} \right) \cdot H_0 \cdot \sqrt{x(a) \cdot \Omega_b} \right)$$

$$t_0 := t(1)$$

$$H(a) := \frac{dA(a)}{A(a)} \qquad a := 0.2103, 0.2203.. 1.003$$

$$t_0 = 13.756 \cdot 10^9 \cdot \text{yr}$$



$$H(0.2103) \cdot \frac{\text{Mpc}}{1000} = 107.025 - 1.203i \cdot m \cdot s^{-1}$$

$$A(0.2103) = 0.50008$$

$$a := 1, 0.99.. 0.45$$

