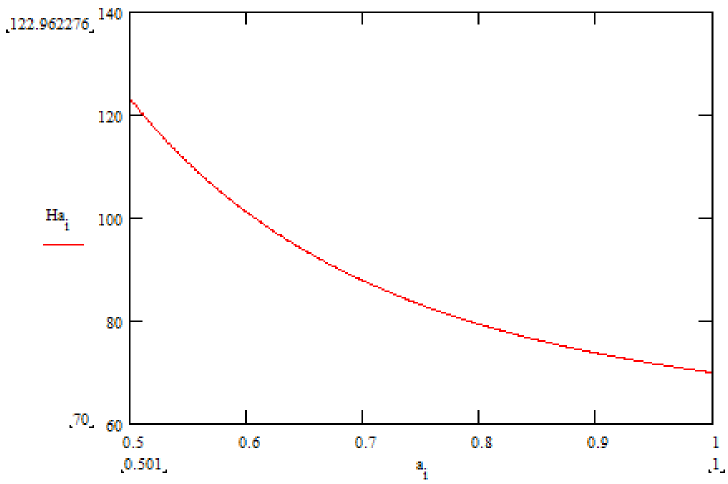
Berechnung der Expansion des Universums nach dem dunklen Zeitalter bis zur Gegenwart

unter Berücksichtigung konstanter Masse der Materie sowie konstanter Dichte der Dunklen Energie seit Bestehen leuchtender Materie



Daniel Adamczyk

2020

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

1998 fand der Amerikaner Adam Riess, dass die Expansion des Universums gegenwärtig beschleunigt abläuft, und nicht etwa, wie die Gravitationstheorien Newtons und Einsteins vermuten lassen, gebremst. Seither bewegt dieser Umstand die Köpfe der wissenschaftlichen Gemeinde. Es ist die Dunkle Energie als Konstrukt des Geistes geschaffen worden, die die notwendige Energie liefern soll. Berechnungen aber zeigen, dass diese unter den Gegebenheiten noch viel größer sein muss, als schon bisher angenommen, soll sie auch die Beschleunigung erklären.
Wieder ist Kreativität in der Wissenschaft gefragt, und das hier besprochene Konstrukt ist ein weiteres Exponat dieses Genres, von denen es an Unterschiedlichkeit in den vielen, vielen Veröffentlichungen zu diesem Thema weltweit nicht mangelt.

Die Idee

in diesem Aufsatz ist ergreifend schlicht:
Die physikalische Forschung der letzten Jahre hat ergeben, dass es im Universum genau so viel Energie gibt, wie notwendig ist, um mittels der Allgemeinen Relativitätstheorie Einsteins (ART) ein flaches Universum zu generieren.
Neben dem Umstand, dass der Autor davon ausgeht, dass das Universum nicht nur in der Gegenwart flach ist, sondern dass es flach ist, soweit das Auge reicht, sprich bis zum dunklen Zeitalter der Entstehungsgeschichte des Universums, bedeutet dies auch, dass die ART auch schon galt, bevor sie von Albert Einstein 1915 entdeckt wurde. Sie hat also über alle Zeiten Bestand, was bedeutet, dass die Berechnung der kritischen Dichte nach der ART, die die Summe aller Energien im Universum abbildet, nach der es flach ist, immer gilt.
Wenn das Universum also immer flach war, ist und bleibt, so ist die Summe aller Energien also immer äquivalent zur kritischen Dichte.

Da Energie und kritische Dichte einander äquivalent sind, bedeutet das auch, dass die Energie der Komponenten der Gesamtenergie sich ändern, schließlich ändert sich mit der Expansion die Größe des Universums, so dass andere Voraussetzungen gelten, sprich ein anderer Energieinhalt erforderlich ist, um dem Universum weiterhin seine Flachheit zu unterstellen. Eben dies soll mittels der schon im Titel dieses Aufsatzes angegebenen Bedingungen erreicht werden:

Die Materie

Im Universum gibt es die Gravitation, die anziehende Eigenschaft der Materie. Hierzu gehört neben der leuchtenden Materie auch die nicht leuchtende, die schwarzen Löcher und eine besondere Form der Materie, die Dunkle Materie. Diese macht den Großteil der gravitativ wirkenden Materie aus. Sie ist unsichtbar, und nach ihr wird geforscht. Sie ist aber notwendig, um z.B. die Rotationscharakteristik der Galaxien zu erklären.
All diese Materie wurde in der Genese des Urknalls und der Phase der Inflation womöglich mittels Quantenfluktuation geschaffen. Nach dieser Zeit wurde keine gravitativ wirksame Materie mehr erzeugt, d.h. die Gesamtmasse der Materie bleibt über den Zeitraum der Expansion des Weltalls konstant, sprich, ihre Dichte nimmt ab. Diese lässt sich (später) unter einigen Annahmen berechnen.

Das unendlich große Rosinenbrot

Die ART lässt mithilfe der kosmologischen Konstante verschiedene Geometrien des Universums zu: Die sphärische, die hyperbolische, und eben die flache, d.h. der Raum ist nicht gekrümmt, wie er dies allerdings um Himmelskörper herum ist. Da bei einer Betrachtung des Universums allerdings mit sehr großen Distanzen gerechnet wird, kann er über diese nicht gekrümmt, sprich flach, sein, was er ist.

Das Modell vom unendlich großen Rosinenbrot ist nun aus dem Umstand heraus geboren, dass das Universum mittels der ART als flach errechnet wurde. Abgesehen von dem Umstand, dass wir die Position der Supernovae und anderer Himmelskörper an einem Zeitpunkt in der Vergangenheit wahrnehmen, sie also gegenwärtig ganz woanders sein könnten, ist die Supernova genau auf der Linie, auf der wir sie mit unseren Teleskopen sehen. Der Raum ist also, abgesehen von Gravitationslinsen, nicht gekrümmt, flach.

Schiebt man einen Hefeteig mit Rosinen in den vorgeheizten Ofen, so dehnt er sich beim Backen aus, und zwar unter Einhaltung aller seiner Proportionen zwischen den Rosinen, denn nur der Teig dehnt sich aus. Am Modell sind die Rosinen die Himmelskörper und der Teig steht für den Raum. Während also die Rosinen (Himmelskörper) unverändert bleiben, wird der Teig (Raum) mehr. Dieses Anwachsen des Raums wird der Dunklen Energie zugeschrieben.

Das Rosinenbrot ist unendlich groß, und wir wissen nicht, wo wir sind. Wir wissen nur, wäre das Rosinenbrot dreidimensional, so berücksichtigte es nicht den Umstand, dass das Licht eine endliche Geschwindigkeit hat, sprich, das Licht der Himmelskörper eine Zeit braucht, um zu uns zu gelangen. Dies aber berücksichtigt die ART, und so ist es möglich, dass wir, obwohl unser Blick über den kosmischen Horizont, also der Distanz, bei der mit zunehmender Expansionsgeschwindigkeit das Licht uns nicht mehr erreichen kann, nicht hinausgehen kann. Wir haben damit Zugang zum Zeitpunkt des Endes des dunklen Zeitalters, an dem das Rosinenbrot noch klein war, auch wenn er bei Annahme eines dreidimensionalen Rosinenbrots weiter weg ist.

Mithilfe der ART ist es also möglich, die Expansionscharakeristik des Universums auf Grundlage einer dreidimensionalen Kugel anzunehmen, ohne seine wahre Größe zu kennen, einfach, indem wir die Distanz des kosmischen Horizonts zugrunde legen. Schließlich ist uns das wahre Alter bekannt, nämlich die Zeit, die das Licht braucht, um vom kosmischen Horizont zu uns zu gelangen. Wo sich aber die auf dreidimensionaler Grundlage befindliche Horizontkugel im unendlich großen Rosinenbrot, dem wahren Universum, befindet, bleibt ein Rätsel.

Die dunkle Energie

Es wurde gesagt, dass der Raum zwischen den Himmelskörpern mehr wird. Dies wird in diesem Aufsatz einfach berücksichtigt:

Es steht fest, wie groß die Dichte, die äquivalent zu ihrer Energie steht, sein muss, nimmt man die Vergrößerung des Raums zwischen den Galaxien zur Grundlage. Für die Gegenwart wurde ihr Dichteparameter $\Omega_{\Lambda,0}$ mit ungefähr 0.7 beziffert, was einer bestimmten Dichte $\rho_{\Lambda,0}=\Omega_{\Lambda,0}\rho_{c,0}$ entspricht.

Wenn alle Energien im Universum aus Quantenfluktuation während der Inflationsphase entstanden sind, so soll es so sein, dass die Fluktuation der Quanten, die den Raum erzeugen, auch nach dieser Phase weitergehen, wenn auch in viel geringerem Ausmaß. Während also die Genese der Materie mit dem Ende des dunklen Zeitalters abgeschlossen war, ist sie es für die Dunkle Energie nicht. Wie wir aber wissen, kann man Raum nicht verdichten, d.h. die Dichte der Quanten des Raums, sprich der dunklen Energie, ist konstant über der Zeit nach dem dunklen Zeitalter. Da wir die Dichte der Dunklen Energie kennen, brauchen wir nur noch eine Aussage über ihren Zuwachs. Die Beschleunigung soll der Schwerkraft entsprechen, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen gegenüber der Massenanziehungskraft: $a_{\Lambda}(R)=\frac{M_{\Lambda}(R)G}{R^2}$. Der Radius R entspricht dem

Abstand vom kosmischen Horizont im Einstein-Universum und M_Λ ist die Masse der dunklen Energie innerhalb dieses Abstands: $M_\Lambda(R)=\frac{4}{3}\pi\,\rho_\Lambda R^3$

Gravitation

Auf Grundlage der Kenntnis des Alters des Universums ist es nun möglich, den Gesamtinhalt an Materie im Universum zu bestimmen, denn der Radius zur Gegenwart ist $R_0=\frac{c}{H_0}$. Ausgehend davon, dass ein flaches Einstein-Universum, und auch nach der Logik der Beobachtung, die besagt, dass das Universum überall gleich aussieht und keinen besonders ausgezeichneten Ort hat, hat es die Gestalt einer dreidimensionalen Kugel. Die Gesamtmasse der Materie ist also $M_M=\frac{4}{3}\pi\,\rho_M R_0^3$. Die gegenwärtige Dichte $\rho_{M,0}$ ergibt sich aus $\rho_{M,0}=\rho_{c,0}\Omega_{M,0}$. In dieser Gleichung ist die Kritische Dichte $\rho_{c,0}=\frac{3H_0^2}{8\pi G}$ enthalten.

Die Dichte ρ_M ist nun nicht mehr konstant, wenn man bedenkt, dass die Gesamtmasse der Materie über der Expansion des Universums konstant bleibt: $\rho_M(R)=\rho_{M,0}\frac{R_0^3}{R^3}$.

Die Beschleunigung, die aus der Gesamtmasse der Materie auf das Universum bremsend einwirkt ist die Schwerebeschleunigung nach Newton oder Enstein, hier Newton: $g(R)=-\frac{M_M G}{R^2}$.

Resultierende Beschleunigung g_{tot}

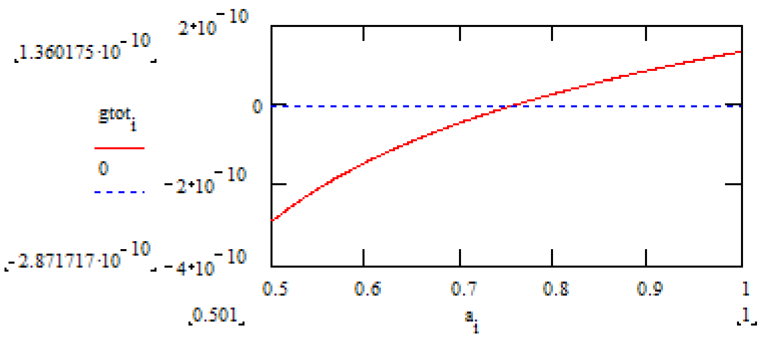
Die Beschleunigungen aus dunkler Energie und Materie müssen zusammengefasst werden. Sie streiten einander wider: $g_{tot}(R)=a_\Lambda(R)+g(R)$. Ausgeschrieben lautet sie

$$g_{tot}(R)=\frac{4}{3}\pi\,\rho_\Lambda G R-\frac{4}{3}\frac{\pi\,\rho_{M,0} G R_0^3}{R^2}\ .$$

Das Alter a

Um eine Darstellung über das Alter zu erreichen, muss der Radius des Universums über der Zeit dargestellt werden. Das Alter ist $t_0=\frac{1}{H_0}$, c ist die Geschwindigkeit des Lichts, so dass der Radius des Universums $R(t)=ct$ ist. $R_0=ct_0$. Das Alter in der Gegenwart wird mit a=1 bezeichnet, so dass die gesamte Vergangenheit $a=\frac{t}{t_0}$ ist.

Damit sieht die Beschleunigung der Größe des Universums $g_{tot}(a)$, die Expansion, wie folgt aus:



Es wird nur die letzte Hälfte der Expansion gezeigt, um mit der später folgenden Bestätigung aus der Forschung zu kongruieren. Man sieht gut, wie im letzten Viertel des Alters die Beschleunigung ins Positive wechselt. Das ist die beschleunigte Expansion. Vorher dominiert die bremsende Wirkung der Gravitation der Materie.

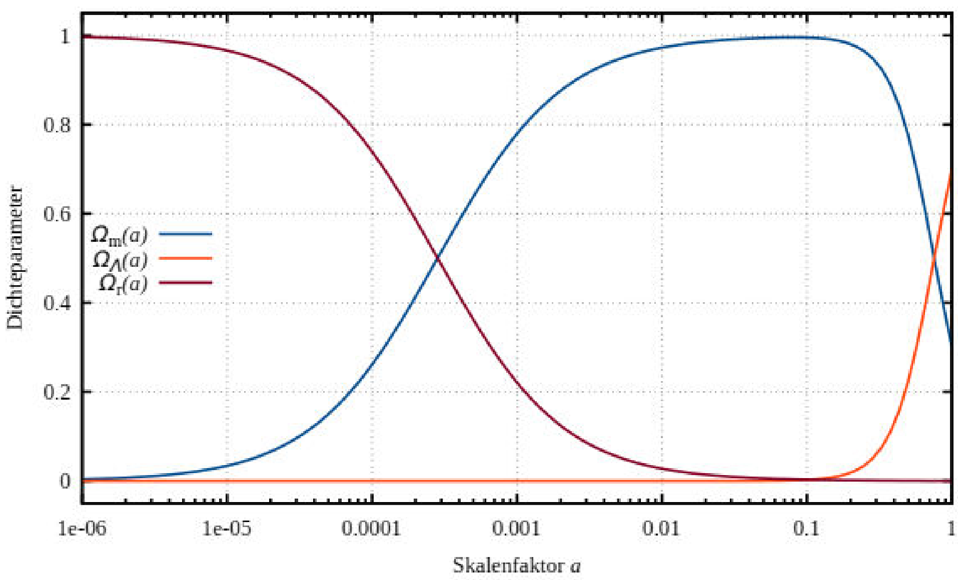
Dichteparameter

Bei einem flachen Einstein-Universum gilt für die Summe aller (äquivalenten) Energien $\rho_\Lambda(a)+\rho_M(a)=\rho_c(a)$, die kritische Dichte. Das bedeutet $\Omega_{tot}=1=\Omega_\Lambda(a)+\Omega_M(a)$. Mit diesen beiden Beziehungen können Aussagen für die Teil-Dichteparameter getroffen werden. Da ρ_Λ konstant über dem Alter a ist, gilt:

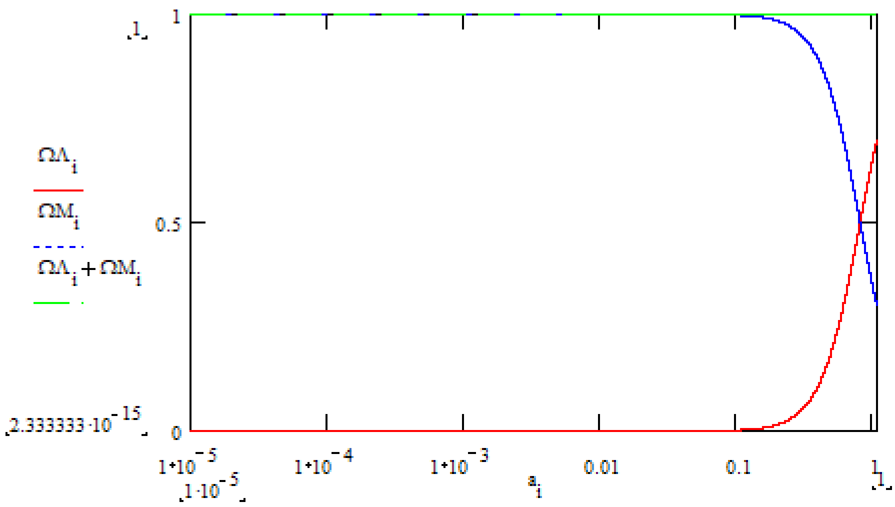
Aus $\rho_\Lambda=\rho_c(a)\Omega_\Lambda(a)$ wird $\Omega_\Lambda(a)=\dfrac{\rho_\Lambda}{\rho_c(a)}$,was $\Omega_\Lambda(a)=\dfrac{\rho_\Lambda}{\rho_\Lambda+\rho_M(a)}$ bedeutet, und aus

$\rho_M(a)=\rho_c(a)\Omega_M(a)$ wird $\Omega_M(a)=\dfrac{\rho_M(a)}{\rho_c(a)}$, was $\Omega_M(a)=\dfrac{\rho_M(a)}{\rho_\Lambda+\rho_M(a)}$ bedeutet.

In [1, 24] findet sich das folgende Diagramm zu diesem Kapitel:



Es stimmt zwischen dem Alter a = 0.1 und a = 1 mit dem unten stehenden Diagramm aus Berechnungen des hier besprochenen Modells der Dichteparamter $\Omega_M(a)$ und $\Omega_\Lambda(a)$ überein:

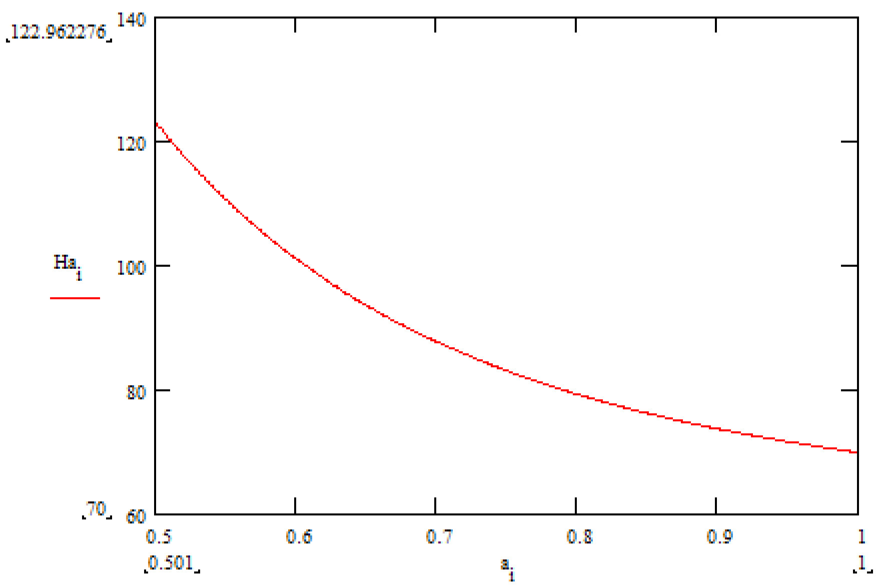


Der Unterschied ist, dass die Werte aus der Quelle [1, 24] dieses Zeitraums empirisch ermittelt wurden, während die Werte im obigen Diagramm auf der Theorie des hier besprochenen Modells fußen. Die Quelle [1, 24] bietet für a < 0.1 gesicherte theoretische Werte an, da aufgrund fehlender leuchtender Materie keine Empirie möglich ist. Einzig der Mikrowellenhintergrund konnte aus der Zeit vor dem dunklen Zeitalter mit dem Planck-Weltraumteleskop der ESA ermittelt werden, und daraus ein sehr exakter Wert für die Hubble-Konstante H_0, der ein flaches Universum bestätigt.

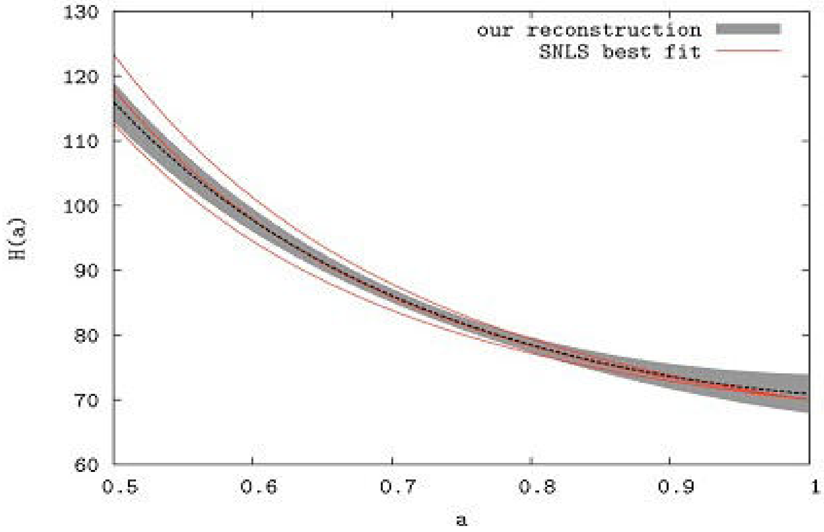
Hubble-Parameter

Mit $\Omega_{tot}(a)=1=const.$ und $\rho_c(a)=\rho_\Lambda+\rho_M(a)$ wird angenommen, das Universum ist zumindest über der Zeit, seit es leuchtende Materie gibt, flach. Damit gilt $\rho_c(a)=\frac{3}{8}\frac{H(a)^2}{\pi G}$.

Daraus gilt aber auch, dass der Hubble-Parameter $H(a)=\sqrt{\frac{8}{3}\rho_c(a)\pi G}$ ist. H(a) sieht damit folgendermaßen aus:



Das deckt sich sehr gut mit dem Ergebnis der Beobachtung aus dem SuperNova Legacy Survey:



Anhang

Zugrundeliegende Werte

$H_0 = 70 \frac{km}{s\,Mpc}$ [1, 19];

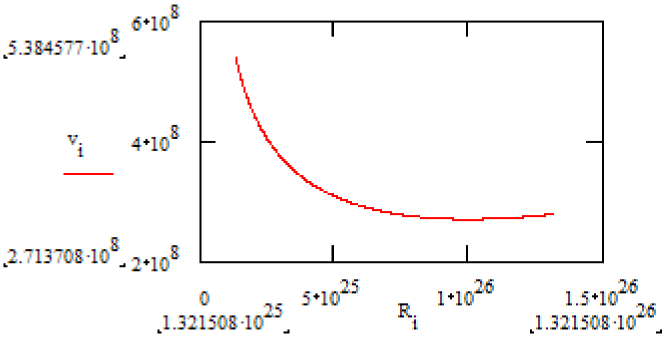
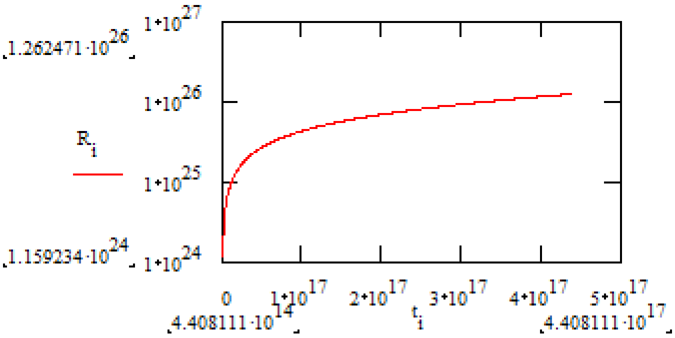
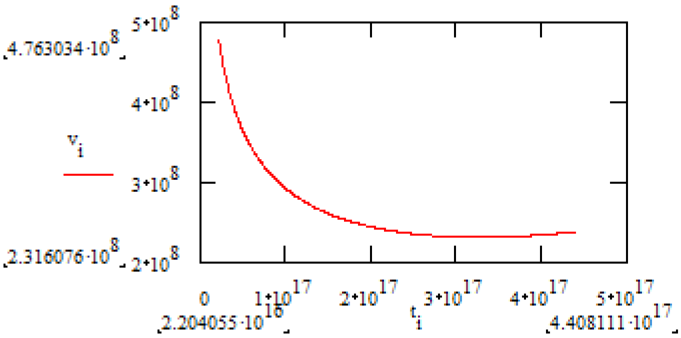
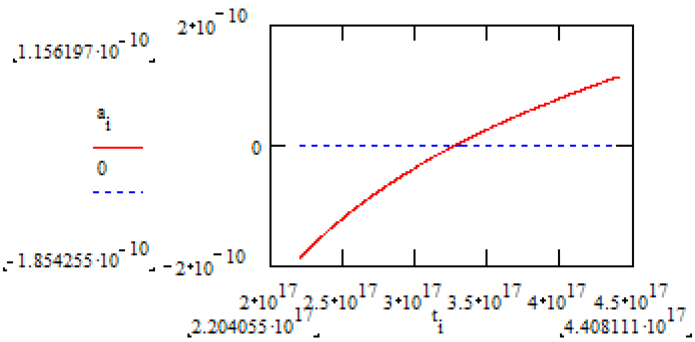
Dichteparameter in der Gegenwart: $\Omega_M = 0.3$; $\Omega_\Lambda = 0.7$

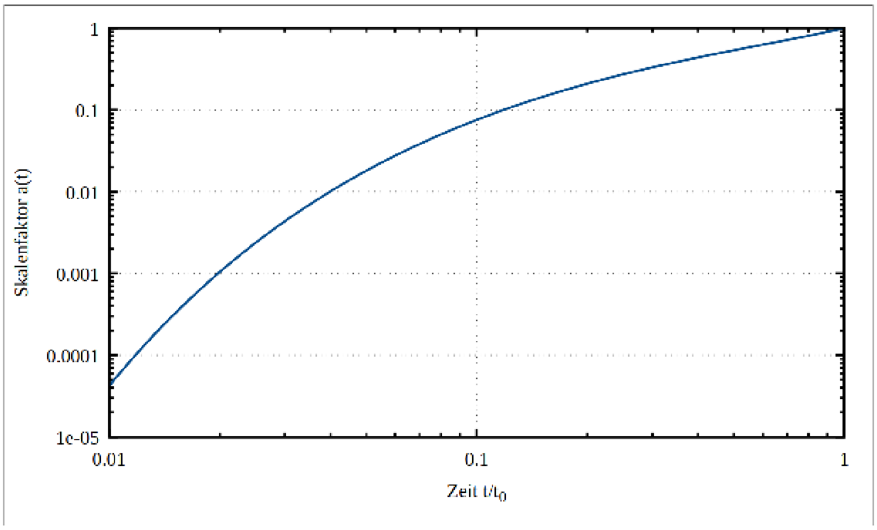
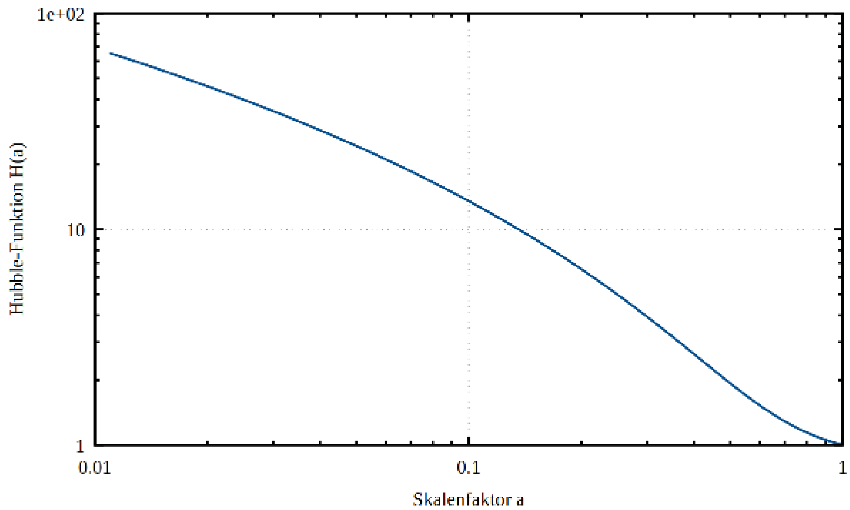
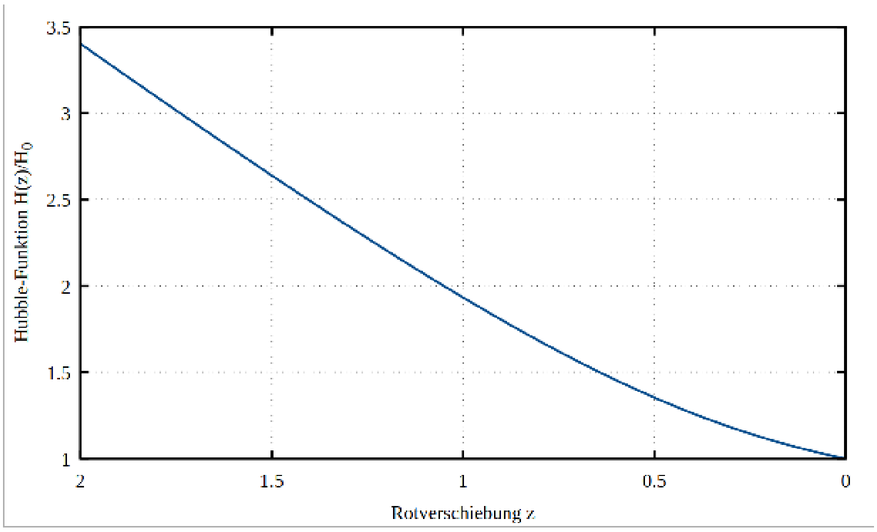
Quellen

[1] Das kosmologische Standardmodell, M. Bartelmann, 2019, Springer

Resultate

$a(R) = a_1 R - \frac{a_2}{R^2}$	Beschleunigungsrelation mit $a_1 = \frac{4}{3}\pi\,\rho_\Lambda G$ und $a_2 = \frac{4}{3}\pi\,\rho_{M,0} G R_0^3$
$R(t) \Rightarrow R''(t) = a(R)$	Kein Erfolg; Resultat unvollständig und zu kompliziert

<table>
<tr><td>$v(R) \Rightarrow \frac{dv}{dR} v = a(R)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$R(t) \Rightarrow R'(t) = v(R)$
$c_1 = 0$
$c_2(R(t=0)=0)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$v(t) = R'(t)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$a(t) = v'(t)$
$t_0 - t(a=0) = 3.604\ Mrd.a$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$v(t;c_1) \Rightarrow R'(t) = a(R)$</td><td>Kein Erfolg</td></tr>
<tr><td>$R(t) \Rightarrow R'(t) = v(t;c_1)$</td><td>Kein Erfolg</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>aus ρ_Λ , $\rho_M(a)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>aus ρ_Λ , $\rho_M(a)$</td><td>
</td></tr>
<tr><td>aus ρ_Λ , $\rho_M(a)$</td><td>
</td></tr>
</table>

Ausführung v. S.8:

$Mpc := 3.0856775\cdot 10^{22}$ $\quad \Omega M := 0.3$ $\quad \Omega tot := 1$ $\quad \Omega\Lambda := \Omega tot - \Omega M$ $\quad G := 6.674\cdot 10^{-11}$ $\quad H0 := 70\cdot\frac{1000}{Mpc}$

$c := 2.9979\cdot 10^{8}$ $\quad R0 := \frac{c}{H0}$ $\quad R0 = 1.322\bullet 10^{26}$ $\quad \rho c0 := \frac{3\cdot H0^2}{8\cdot\pi\cdot G}$ $\quad \rho c0 = \rho c0\cdot\Omega tot$ $\quad \rho\Lambda := \rho c0\cdot\Omega\Lambda$ $\quad \rho M := \rho c0\cdot\Omega M$

$a = a1\cdot R - \frac{a2}{R^2}$ $\quad a1 := \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\rho\Lambda\cdot G$ $\quad a2 := \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot\rho M\cdot G\cdot R0^3$ $\quad n := 1000$ $\quad i := 0..\,n$ $\quad t_i := \frac{1}{H0}\cdot\frac{i}{n}$

$v = -\frac{\sqrt{a1\cdot R^3 + 2\cdot a2}}{\sqrt{R}}$ $\quad \frac{dR}{dt} = -\frac{\sqrt{a1\cdot R^3 + 2\cdot a2}}{\sqrt{R}}$ $\quad c2 := \frac{1}{3}\cdot\frac{(\ln(2) + \ln(a1) + \ln(a2))}{\sqrt{a1}}$ $\quad c2 = 3.89308\bullet 10^{18}$

v(R) aus a(R):

$$\frac{dv}{dR}\cdot v = a1\cdot R - \frac{a2}{R^2}$$

$$v = -\frac{\sqrt{a1\cdot R^3 + 2\cdot a2 + c1\cdot R}}{\sqrt{R}}$$

$c1 = 0$

aus R(t):

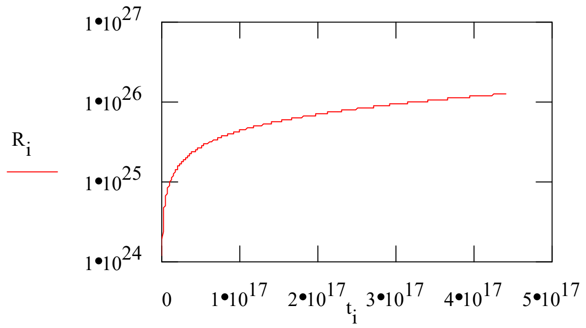
$$0 = \frac{e^{-\sqrt{a1}\cdot(-c2)}\cdot\left[\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot e^{3\cdot\sqrt{a1}\cdot(-c2)}\right] - 1\right]^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}\cdot a1^{\frac{2}{3}}}$$

$$c2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{(\ln(2) + \ln(a1) + \ln(a2))}{\sqrt{a1}}$$

R(t) m. c1=0 <= R'(t)=v(R) m. c1=0 $\qquad$ v(t)=R'(t) $\qquad$ a(t)=v'(t)

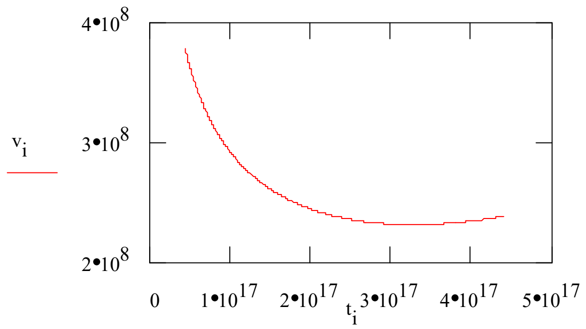
$i := 0..\,n$

$$R_i := \frac{e^{-\sqrt{a1}\cdot(t_i - c2)}\cdot\left[\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot e^{3\cdot\sqrt{a1}\cdot(t_i - c2)}\right] - 1\right]^{\frac{2}{3}}}{2^{\frac{2}{3}}\cdot a1^{\frac{2}{3}}}$$



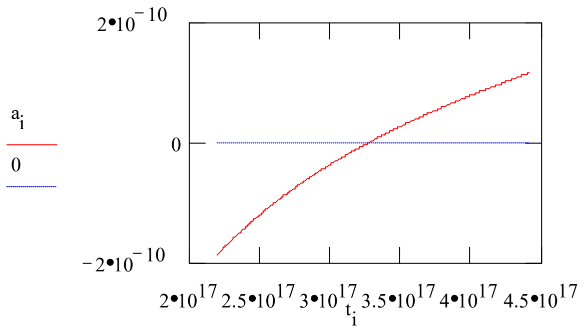
$$v_i := \frac{-1}{\left[2\cdot\left[a1^{\left(\frac{1}{6}\right)}\cdot\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)\right]\right]}\cdot\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)\cdot\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right]^{\left(\frac{2}{3}\right)}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^2}{\left[\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^2\cdot\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right]\right]^{\left(\frac{1}{3}\right)}}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)}\cdot a1^{\left(\frac{5}{6}\right)}\cdot a2$$

$i := 100..\,n$



$$a_i := \frac{1}{2}\cdot\frac{a1^{\left(\frac{1}{3}\right)}}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)}\cdot\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)\cdot\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right]^{\left(\frac{2}{3}\right)}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 2\cdot a1^{\left(\frac{4}{3}\right)}\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^2}{\left[\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^2\cdot\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right]\right]^{\left(\frac{1}{3}\right)}}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)}\cdot a2 - 4\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^5}{\left[\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^5\cdot\left[2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t_i\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right]\right]^{\left(\frac{4}{3}\right)}}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)}\cdot a1^{\left(\frac{7}{3}\right)}\cdot a2^2$$

$i := 500..\,n$



$$tv := \left|\begin{array}{l} t \leftarrow \frac{0.5}{H0} \\ \text{while}\ \left[\frac{1}{2}\cdot\frac{a1^{\left(\frac{1}{3}\right)}}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)}\cdot\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)\cdot\left(2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right)^{\left(\frac{2}{3}\right)}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)} + 2\cdot a1^{\left(\frac{4}{3}\right)}\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)^2}{\left[\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^2\cdot\left(2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right)\right]^{\left(\frac{1}{3}\right)}}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)}\cdot a2 - 4\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)^5}{\left[\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^5\cdot\left(2\cdot a1\cdot a2\cdot\frac{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot t\right)^3}{\exp\left(\sqrt{a1}\cdot c2\right)^3} - 1\right)\right]^{\left(\frac{4}{3}\right)}}\cdot 2^{\left(\frac{1}{3}\right)}\cdot a1^{\left(\frac{7}{3}\right)}\cdot a2^2\right] \le 0 \\ \quad t \leftarrow t + 10^{12} \\ t \leftarrow t \end{array}\right.$$

$tv = 3.271\bullet 10^{17}$ $\quad \Delta t := \frac{t_n - tv}{10^9\cdot 365.24\cdot 24\cdot 3600}$ $\quad \Delta t = 3.603653$ Mrd. Jahre $\quad h0 := \frac{c}{R_n}\cdot\frac{Mpc}{1000}$ $\quad h0 = 73.273$ $\quad$ Differenz h0-H0 ist c1=0 geschuldet