Herleitung $F=\frac{d}{dr}\frac{1}{2}\Delta E_0$

Aus den beiden bekannten Ausdrücken für die Zeitdehnung $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ für die kinetische Zeitdilatation und $\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}$ für die gravitative Zeitdilatation lässt sich über Gleichsetzung $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}$ die der gravitativen Zeitdehnung äquivalente Geschwindigkeit mit $\sqrt{2\frac{MG}{R}}$ ermitteln, was der 2. kosmischen Geschwindigkeit entspricht.

Beim freien Fall aus dem Unendlichen ergibt sich die gleiche Geschwindigkeit wie beim Schuss eines Projektils in die Unendlichkeit. Beim freien Fall summieren sich die gravitative und kinetische Zeitdehnung auf. Die Grundlage beider ist die das Energieäquivalent $E=mc^2$. Dieses Energieäquivalent ist im Gravitationsfeld gegenüber einem Ort in der Unendlichkeit geringer, da die Lichtgeschwindigkeit unter Graviation einen geringeren Wert annimmt, was auf der Zeitdilatation beruht, $c'=c\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}$.

Aus der Differenz des Energieäquivalents im Unendlichen und des Energieäquivalents im Gravitationsfeld, $\Delta E_0=m\left(c\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}\right)^2-mc^2$, wird die kinetische und gravitative Zeitdehnung nun zu gleichen Teilen gespeist, wie sich aus obiger Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für die Zeitdehnung entnehmen lässt. Auch ist $\Delta E_0=E_{kin}+\Delta E_{pot}$. Die Energie, aus der die gravitative und die kinetische Zeitdehnung gespeist wird, ist demnach $\Delta E_{pot}=\frac{1}{2}\Delta E_0$ bzw. $E_{kin}=\frac{1}{2}\Delta E_0$.

Die Ableitung der Energie ist die Kraft $F=\frac{d}{dR}\frac{1}{2}\Delta E_0$. Insofern ergibt sich aus E_{pot} die Schwerkraft, was sich wie folgt zeigt: $F=\frac{d}{dR}\frac{1}{2}\left(m\left(c\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}\right)^2-mc^2\right)$ ergibt sich zu $F=m\frac{MG}{R^2}$

Desgleichen gilt auch für die Zentrifugalkraft, deren Wurzel die Bewegung ist, und die damit auf der kinetischen Zeitdehnung $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ fußt: $F=\frac{d}{dR}\frac{1}{2}\Delta E_0$. Da es sich bei der Rotation jedoch ähnlich dem Schuss eines Projektils verhält, muss es heißen: $F=\frac{d}{dR}\frac{1}{2}\left(mc^2-m\left(c\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}\right)^2\right)$. Mit $v=\omega R$ ändert sich der Ausdruck in $F=\frac{d}{dR}\frac{1}{2}\left(mc^2-m\left(c\sqrt{1-\frac{(\omega R)^2}{c^2}}\right)^2\right)$ und wird zur Zentrifugalkraft $F=m\omega^2 R$.

Dreieckszusammenhang

In diesem Zug klärt sich auch der mysteriöse Dreieckszusammenhang von 2001:

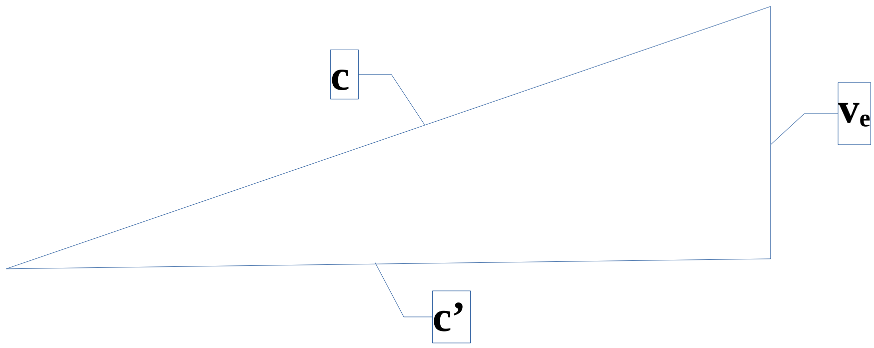

Abb. Dreieckszusammenhang

Es handelt sich um ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten v_e und c’ sowie der Hypotenuse c, wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. $c' = c\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}$ ist die durch die Zeitdilatation reduzierte Lichtgeschwindigkeit im Gravitationsfeld, und $v_e = \sqrt{2\frac{MG}{R}}$ ist die 2. kosmische Geschwindigkeit, wie auch schon aus dem vorangegangenen Kapitel bekannt. Mathematisch ausgedrückt beschreibt $v_e^2 = c^2 - c'^2$ den Zusammenhang.

Im vorangegangenen Kapitel enthält $\Delta E_0 = mc^2 - m\left(c\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}\right)^2$ die rechte Seite der mathematischen Beschreibung des Dreieckszusammenhangs:

$$v_e^2 = \frac{\Delta E_0}{m}$$

$$v_e^2 = c^2 - \left(c^2\left(1-2\frac{MG}{Rc^2}\right)\right)$$

$$v_e^2 = c^2 - c^2 + \left(2\frac{MG}{R}\right)$$

Damit ist $m v_e^2 = \Delta E_0$.

Über die Bewegungsenergie $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$ wird zusätzlich aus dem vorangegangenen Kapitel gezeigt, dass $E_{kin} = \frac{1}{2}\Delta E_0$, denn mit $m v_e^2 = \Delta E_0$ ergibt sich $\frac{1}{2}\Delta E_0 = \frac{1}{2} m v_e^2$.

Anm.: Den Autor erstaunt, dass der Ausdruck $\sqrt{1-2\frac{MG}{Rc^2}}$ relativistisch, also nach der ART sein soll, wird hier doch mit newton’scher kinetischer Energie gerechnet.

Fachmann:

Lieber Daniel,

Deinen Dreieckszusammenhang habe ich mir angesehen. Er kommt daher, dass in der allgemeinen Relativitätstheorie die raum-zeitliche Metrik durch das Gravitationspotential verändert wird, solange die Gravitationseffekte nicht stark sind. Der quadratische Zusammenhang (wie bei Pythagoras) ergibt sich daraus, dass Längen- und Zeitabschnitte quadratisch aufaddiert werden müssen, was genau dem Pythagoras in vier Dimensionen entspricht. Dass das Gravitationspotential (das seinerseits wieder quadratisch mit der 2. kosmischen Geschwindigkeit zusammenhängt) hier auftaucht, ist eine direkte Folge des Äquivalenzprinzips, auf dem die allgemeine Relativitätstheorie aufbaut. Der Pythagoras tritt daher deswegen in Erscheinung, weil die allgemeine Relativitätstheorie die Gravitation auf Geometrie abbildet, und das Gravitationspotential tritt wegen des Äquivalenzprinzips auf.

Herzliche Grüße,

Matthias