

Ergebnis

In diesem Aufsatz sollen zwei Wege aufgezeigt werden, die zum Verständnis der Schwerkraft führen, wie es dem Aufsatz „Calculation of the Cosmic Expansion Rate“ zugrunde liegt. Der eine heißt 'Fluchtgeschwindigkeit', der andere 'Lichtgeschwindigkeit'.

Fluchtgeschwindigkeit

Ganz zu Anfang der Untersuchung stand die Frage, welche Geschwindigkeit sich wohl ergibt, wenn die Zeitdehnung durch Bewegung gleich der Zeitdehnung durch die Gravitation sein soll. Allerdings soll die Zeitdehnung durch Gravitation nicht relativ zugrunde gelegt werden, sondern absolut. Damit wird angenommen, dass es die unendliche Entfernung vom Himmelskörper gibt.

$$1 - \frac{m \cdot G}{r \cdot c^2} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \text{ ergibt } v = \sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2}}. \text{ Diese Geschwindigkeit } v \text{ liegt in üblichen}$$

Verhältnissen sehr, sehr nahe an der Fluchtgeschwindigkeit $v_e = \sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r}}$, die sich aus der Äquivalenz von kinetischer und potentieller Energie ergibt.

Es gibt aber noch einen Trick, die Fluchtgeschwindigkeit herzuleiten: Nimmt man die Durchschnittsbeschleunigung auf dem Wege aus der unendlichen Entfernung zur Oberfläche des Himmelskörpers, darf man die Physik der gleichförmigen Beschleunigung anwenden:

$$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow v = a \cdot t \rightarrow t = \frac{v}{a} \rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2 \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot a \cdot s}$$

Die Übertragung dieses Zusammenhangs auf die Fluchtgeschwindigkeit erfolgt, indem

$$a = \bar{g} \rightarrow \bar{g} = \frac{\int_r^\infty f(g) dr}{s} \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \frac{\int_r^\infty f(g) dr}{s} \cdot s} \rightarrow s = \infty - r \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr}$$

Nimmt man die aus den Zeitdehnungen gefundene Geschwindigkeit, so findet sich folgende Beschleunigung:

$$\sqrt{2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2}} = \sqrt{2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr} \rightarrow 2 \cdot \frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^2 \cdot c^2} = 2 \cdot \int_r^\infty f(g) dr$$
$$\frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{2 \cdot r^2 \cdot c^2} = \int_r^\infty f(g) dr \rightarrow g = \frac{d}{dr} \left(\frac{M \cdot G}{r} - \frac{M^2 \cdot G^2}{2 \cdot r^2 \cdot c^2} \right) \rightarrow g = -\frac{M \cdot G}{r^2} + \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}$$

Da die Beschleunigung hin zu größeren Abständen kleiner wird, also bremst, muss, um einen Vergleich zur Erdbeschleunigung herzustellen, das Vorzeichen gewechselt werden, so dass gilt:

$$g = \frac{M \cdot G}{r^2} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}$$

Dieses g gilt für den Fall, dass die aus einem Vergleich der Zeitdehnungen hergeleitete Geschwindigkeit die 2. kosmische Geschwindigkeit ist. Diese Beschleunigung unterscheidet sich in den üblichen Verhältnissen nur sehr, sehr wenig von der newtonschen Auffassung der Gravitation.

Lichtgeschwindigkeit

Die gleiche Auffassung der Schwerkraft ergibt sich nun auf ganz anderem Wege:

Nach Newton gilt für den freien Fall $E_{pot} + E_{kin} = const$. Hierbei ist $E_{pot} = m \cdot U$. Für den Fall, dass am Start $E_{kin(R)} = 0$ ist, gilt dann $const = E_{pot(R)}$. Am Ziel des freien Falles gilt

$$E_{kin(r)} = const - E_{pot(r)} \text{ und damit ergibt sich } E_{kin(r)} = E_{pot(R)} - E_{pot(r)}, \text{ so dass man sagen kann: } E_{kin(r)} = \Delta E_{pot}.$$

Aus ganz anderer Richtung kommt nun der Gedanke, dass über den Raum hinweg in verschiedene Gravitationsstärken eine Aussage über das Massenäquivalent gemacht werden kann. Und zwar gilt nach Einstein $E = m \cdot c^2$. Die Lichtgeschwindigkeit aber ändert sich mit der Beobachtung über einen Abstand bzw. in ein anderes Gravitationspotential mit

$$c' = c \cdot \left(1 - \frac{\Delta U}{c^2}\right), \text{ so dass ein Ausdruck } E' = m \cdot c'^2 \text{ formuliert werden kann. Hieraus ergibt}$$

sich über die Distanz eine Energiedifferenz und unter Zuhilfenahme des freien Falles

$$\Delta E = E_{Start} - E_{Ziel} \text{ der Ausdruck } \Delta E = m \cdot (c^2 - c'^2). \text{ Weiter sei } \Delta E_{pot} + E_{kin} = \Delta E. \text{ Nach}$$

obiger Überlegung sei danach ΔE_{pot} die Gravitationsenergie zur einen Hälfte von ΔE und zur anderen E_{kin} . Um nun die Beschleunigung zu ermitteln, die die Änderung der

Lichtgeschwindigkeit hervorruft, wird die Gravitationsenergie herangezogen: $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$.

Für ΔU gilt nach Newton $\Delta U = U_{Start} - U_{Ziel}$, wobei $U_{Start} = -\frac{M \cdot G}{R}$ und $U_{Ziel} = -\frac{M \cdot G}{r}$.

Damit ist $\Delta U = \left(-\frac{M \cdot G}{R}\right) - \left(-\frac{M \cdot G}{r}\right)$. Um absolut zu rechnen gilt $R = \infty$, also ist $U_{Start} = 0$.

Das ergibt $\Delta U = \frac{M \cdot G}{r}$. Wenn aber $\Delta E = m \cdot c^2 - m \cdot \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2$, und $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$,

$$\text{dann ist } \Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \left(m \cdot c^2 - m \cdot \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2\right).$$

Da $E_{pot} = m \cdot U$ ist, ist $\Delta E_{pot} = m \cdot \Delta U$. Damit ist $\Delta E_{pot} = m \cdot (U_{Start} - U_{Ziel})$. Um absolut zu rechnen, wird $R = \infty$. Damit ist $U_{Start} = 0$. Somit heißt $\Delta E_{pot} = m \cdot (-U_{Ziel})$. Mit

$\Delta E_{pot} = \frac{1}{2} \cdot \Delta E$ lautet der Zusammenhang für die Änderung der Lichtgeschwindigkeit

$$m \cdot (-U_{Ziel}) = \frac{1}{2} \cdot \left(m \cdot c^2 - m \cdot \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2\right). \text{ So ergibt sich}$$

$$U_{Ziel} = -\frac{1}{m} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \left(m \cdot c^2 - m \cdot \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2\right)\right) \text{ bzw. } U_{Ziel} = -\left(\frac{1}{2} \cdot \left(c^2 - \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2\right)\right).$$

Da $g = \frac{d}{dr} U_{Ziel}$ ergibt sich über $g = \frac{d}{dr} \left(-\left(\frac{1}{2} \cdot \left(c^2 - \left(c \cdot \left(1 - \frac{M \cdot G}{r \cdot c^2}\right)\right)^2\right)\right)\right)$ das gleiche

$$\text{Ergebnis für die Schwerebeschleunigung wie im vorigen Kapitel: } g = \frac{M \cdot G}{r^2} - \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}.$$