

1 Schwerkraft

1.1 Freier Fall

Es mögen manchmal ganz profane Dinge sein, die große Fragen beantworten können. Der freie Fall ist oft diskutiert worden und doch wird er jetzt noch einmal aufgegriffen. Eine besondere Bedeutung kommt hier der Schwerelosigkeit währenddessen zu. Dem schwerelos herabstürzenden Objekt wird Energielosigkeit unterstellt. Diesem Phänomen gehen folgende Gedanken voraus:

1.1.1 Imaginäre Geschwindigkeit

Konventionell hat ein Objekt während seines Sturzes genau die Differenz der potentiellen Energien zwischen Ziel- und Starthöhe gegenüber dem Mittelpunkt der Erde in Gestalt kinetischer Energie:

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

$$m \cdot \Delta\phi = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$\Delta\phi = \phi_{\text{Ziel}} - \phi_{\text{Start}}$$

$$\Delta\phi_{\text{Sturz}} = \left(-\frac{M \cdot G}{r} \right) - \left(-\frac{M \cdot G}{R} \right)$$

Da die Starthöhe $R >$ die Zielhöhe r ist, ist $\Delta\phi_{\text{Fall}} < 0$. $\Delta\phi_{\text{Fall}}$ muss negativ sein, da dem Objekt beim Fallen Energie geschenkt wird. Es ist genau die Energie, die eine Rakete aufbringen müsste, um von r nach R zu gelangen. Die Geschwindigkeit v des fallenden Objekts in der Zielhöhe r ist demzufolge

$$v_{\text{Sturz}} = \sqrt{2 \cdot \Delta\phi_{\text{Sturz}}}$$

Da $\Delta\phi_{\text{Fall}}$ negativ ist, ergibt sich v als imaginärer Wert.

Für die Rakete jedoch sieht es ganz anders aus:

$$\Delta\phi_{\text{Sprung}} = \left(-\frac{M \cdot G}{R} \right) - \left(-\frac{M \cdot G}{r} \right)$$

Da $r < R$ ist $\Delta\phi_{\text{Sprung}} > 0$. Somit ergibt sich $v_{\text{Sprung}} = \sqrt{2 \cdot \Delta\phi_{\text{Sprung}}}$ als reeller Wert. Es ist also Energie aufzubringen, um an Höhe zuzulegen. Die Geschwindigkeit v_{Sprung} ist somit diejenige Geschwindigkeit, die die Rakete in r haben muss, um gerade R zu erreichen. Dann fiele sie wieder herab und hätte in r die gleiche Geschwindigkeit inne, wie beim Start, nur mit imaginärem Wert. Es gilt also $v_{\text{Sprung}} = \sqrt{-v_{\text{Sturz}}^2}$.

1.1.2 Temporale Energie

Es ergibt sich damit aus $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$, dass $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} \neq 0$ ist. Konventionell aber bedeutete $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = 0$ Schwerelosigkeit. $\sum E = 0$ aber bestätigt sich dennoch unter

Zuhilfenahme folgenden neuen Gedankens:

Potentielle Energie wirkt sich auf die Zeit aus. Die Zeitdehnung wird mit

$t' = t \cdot \left(1 + \Delta\phi/c^2\right)$ beschrieben. Zwar wird die Lichtgeschwindigkeit überall gleich

empfundene, nichtsdestotrotz verändert auch sie sich mit der Zeitdehnung gemäß

$c' = c \cdot \left(1 + \Delta\phi/c^2\right)$. Das kann auch gar nicht anders sein, denn empfindet man die

Lichtgeschwindigkeit c überall gleich, muss sie mit der Zeitdehnung gehen. Tatsächlich aber ist sie verglichen mit dem Ort R unten in r definitiv kleiner.

Da aber das Einstein'sche Energieäquivalent $E_0 = m \cdot c^2$ gelten muss, bedeutet dass, dass die Energiemenge E_0 des Probekörpers m aus übergeordneter Perspektive über das

Energiepotential E_{pot} hinweg variieren muss. Schließlich gilt in r von R aus betrachtet

$$E_0' = m \cdot c'^2$$

Es ergibt sich damit eine Energiedifferenz $\Delta E_0 = E_0' - E_0$, betrachtet man diese in der Zielhöhe r des Sturzes von R nach r . Ausgeschrieben ist ΔE_0

$$\Delta E_0 = m \cdot \left(c \cdot \left(1 + \Delta\phi/c^2\right)\right)^2 - m \cdot c^2$$

Der Versuch nun zeigt, dass in irdischen Verhältnissen $\Delta E_0 \cong E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}}$ gilt, dies jedoch mithilfe der relativistischen kinetischen Energie $E_{\text{kin,rel}} = m \cdot c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right)$. Die Geschwindigkeit des freien Falles ergibt sich mit

$$\sum E = \Delta E_0 - E_{\text{pot}} - E_{\text{kin,rel}} = 0$$

, schließlich ist der Körper im Sturz schwerelos, dann zu

$$v = c \cdot \sqrt{\frac{1 - r^4 \cdot R^4 \cdot c^8}{\{-M \cdot G \cdot r \cdot R^2 \cdot c^2 + M \cdot G \cdot r^2 \cdot R \cdot c^2 + M^2 \cdot G^2 \cdot R^2 - 2 \cdot M^2 \cdot G^2 \cdot R \cdot r + M^2 \cdot G^2 \cdot r^2 + r^2 \cdot R^2 \cdot c^4\}^2}}$$

Für einen Sturz aus 1000m Höhe auf die Erde ergibt sich $v = 140.131 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Mit $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin,rel}}$ ergibt sich unter gleichen Bedingungen die Fallgeschwindigkeit

$$v_{\text{konv}} = c \cdot \sqrt{\frac{1 - r^2 \cdot R^2 \cdot c^4}{\{r \cdot R \cdot c^2 - M \cdot G \cdot R + M \cdot G \cdot r\}^2}}$$

ebenfalls zu $v_{\text{konv}} = 140.131 \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Aus einer Höhe $(R - r)$ von 10^{15} m gefallen, ergibt sich für $v_{\text{konv}} - v \approx 9 \cdot 10^{-4} \text{ i m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.1.3 Abstoßung

Also wird der neue Ansatz womöglich erst unter extremen Bedingungen zeigen, was in ihm steckt. Hierzu sei vorerst der Ausdruck für die Gravitation gezeigt:

Wenn dem fallenden Körper die Bewegungsenergie entzogen wird, z.B. beim Aufprall auf die Erde, wird plötzlich die Gravitation spürbar. Mathematisch drückt sich dies in der neuen Auffassung durch $E_{\text{grav}} = \Delta E_0 - E_{\text{pot}}$ aus, da $E_{\text{kin,rel}}$ entzogen wurde. Am Beispiel der potentiellen Energie wird sie zum Gravitationspotential, teilt man sie durch die Masse des Probekörpers ($E_{\text{pot}} = m \cdot \phi$). Des Gleichen geschieht nun mit E_{grav} , womit das Gravitationspotential neu definiert wäre (V). Schließlich kann den unterschiedlichen Ergebnissen von v und v_{konv} nicht die gleiche Auffassung zugrunde liegen. Das neue Gravitationsgesetz ergibt sich dann aus dem Differenzieren des Potentials. Dies vor dem Hintergrund, dass das ursprüngliche Gravitationspotential ϕ durch Integration des Newton'schen Schwerkraftgesetzes entstand

$$V = \frac{\Delta E_0 - E_{\text{pot}}}{m} \quad g = \frac{d}{dr} V$$

Da eine Differenzierung des Newton'schen Gravitationspotentials, welches ja zur Bildung des neuen gebraucht wird, mit $\Delta\phi$ nur Gravitationsunterschiede zutage treten läßt, muss ein unendlicher Abstand zugrunde gelegt werden. $\Delta\phi$ wird dann mit $R = \infty$ zu

$$\Delta\phi = \left(-\frac{M \cdot G}{r} \right) - \left(-\frac{M \cdot G}{\infty} \right) = -\frac{M \cdot G}{r} = \phi$$

(Die unendliche Höhe wird auch in der konventionellen Herleitung der Fluchtgeschwindigkeit zugrunde gelegt. Hier tauschen Ziel- und Startpotential nur die Rollen, womit sie sich dann konventionell betrachtet als $v_e = \sqrt{2 \cdot M \cdot G / r}$ ergibt)

Das Potential V ergibt sich zu $V = \left(c \cdot \left(1 + \frac{\phi}{c^2} \right) \right)^2 - c^2 - \phi$.

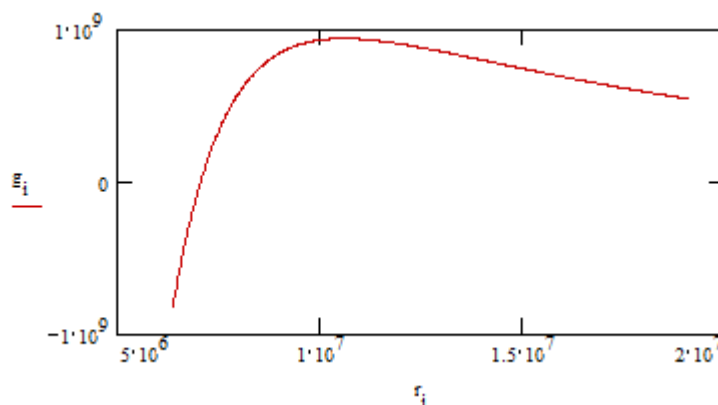
Nach Differenzieren des neuen Potentials V ergibt sich die Schwerkraft auf diese Weise zu

$$g = \frac{M \cdot G}{r^2} - 2 \cdot \frac{M^2 \cdot G^2}{r^3 \cdot c^2}$$

Für die Annahme, es gäbe einen Radius r , an dem die Schwerkraft 0 sei, ergibt sich

$$r(g = 0) = 2 \cdot \frac{M \cdot G}{c^2}$$

Dort aber gilt für die Fluchtgeschwindigkeit nicht $v_e = 0$, wie folgende Grafik verdeutlicht:



(Index i nummeriert die Werte durch)

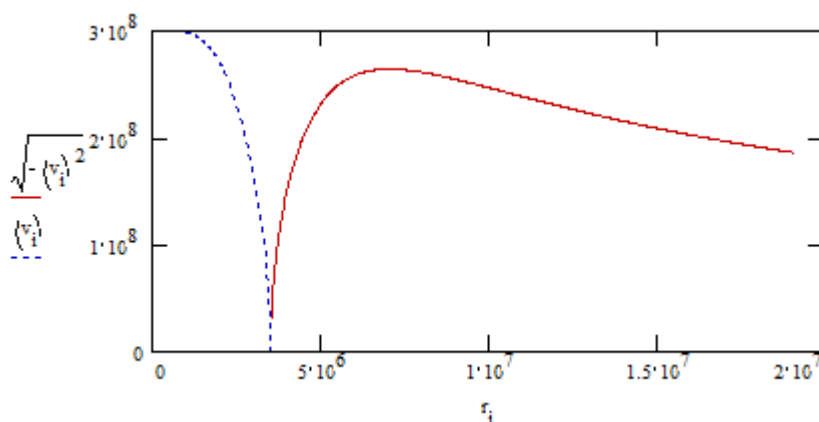
Wie zu erwarten, ergibt sich ein Schwerkraftmaximum, welches bei $g_{\max} = 3 \cdot \frac{M \cdot G}{c^2}$ liegt.

(Die der Abbildung zugrunde liegende Masse ist $4.75 \cdot 10^{33}$ kg, Schwerelosigkeit herrscht beim Radius von $7.05 \cdot 10^6$ m, das Schwerkraftmaximum ist bei $r(g_{\max}) = 1.06 \cdot 10^7$ m)

Nach der Definition der Zeitdehnung aber steht die Zeit noch nicht. Diese steht erst bei $r(t' = 0) = M \cdot G/c^2$, so dass noch näher heran gegangen werden kann. Unter $r(g = 0)$ gibt die Abbildung negative Werte für die Gravitation wieder. Negative Schwerkraft aber ist Abstoßung.

1.1.4 Sturzgeschwindigkeit

Zur Diskussion der Sturzgeschwindigkeit v wird das Startpotential in unendlicher Höhe ($R = \infty$) positioniert (s.o. Fluchtgeschwindigkeit) und v mit der entsprechenden o.g. Gleichung ermittelt. Die folgende Abbildung zeigt den Verlauf:



In der Abbildung ist die in Kap.1.1.3 genannte Masse in einem Punkt konzentriert. Der Probekörper fällt aus unendlicher Entfernung hin zu diesem Punkt. Die Zielhöhe wird mit r als Abstand von der Masse auf der Abszisse beschrieben. Die Geschwindigkeit v ist die Sturzgeschwindigkeit im Zielpotential der Höhe r über dem Massenpunkt.

Man kann erkennen, dass zur Sichtbarmachung v 's im Diagramm v in einem Fall wie beschrieben umgeformt werden muss. Dies trifft zu auf die normale Sturzgeschwindigkeit (roter Graph), die, wie gezeigt, imaginär ist.

Man kann leicht erkennen, das Maximum liegt bei $r(g = 0) = 2 \cdot M \cdot G/c^2$, entspricht jedoch nicht der Lichtgeschwindigkeit. Dies ist vor dem Hintergrund zu sehen, dass hier von massebehafteten Körpern ausgegangen wird, die aufgrund des relativistischen Massenzuwachses die Lichtgeschwindigkeit nicht erreichen können. Wohlgermerkt gilt das Maximum auch für die Fluchtgeschwindigkeit v_e , entsprechend v_{Sprung} , von Probekörpern, da diese dem reell gemachten Wert der Sturzgeschwindigkeit entspricht.

Die zweite Beschriftung der Ordinate ($v =$ blauer, gestrichelter Graph) aber braucht zur Sichtbarmachung nicht umgeformt zu werden, was darauf hinweist, dass der Probekörper in dem Bereich unter $r = M \cdot G/c^2$ von der Masse abgestoßen wird, wie schon der Verlauf g 's in der entsprechenden Abbildung erwarten ließ.

Um sich diese Abstoßung vor dem inneren Auge zu vergegenwärtigen, darf nicht darauf verzichtet werden, den Verlauf der Zeit mit einzubeziehen. Als Beobachter, weit entfernt vom Massenpunkt, verläuft die Zeit normal. Wie man aus der Abbildung vermutet, könnte Licht aus dem Raum unterhalb $r = M \cdot G/c^2$ hinaus leuchten, da $v_e < c$. Man sieht also in den Raum, in dem die Zeit entgegen dem Lauf der Zeit am Beobachtungsposten läuft. Objekte, die vom Massepunkt weggeschleudert werden, sieht der Beobachter also gemäß der Umkehrung des Zeitverlaufs hineinfallen. Entsprechend verkehrt ist die Welt der Beobachtung vom Massenpunkt aus. Alles strebt von ihm weg. Unterhalb von $r = M \cdot G/c^2$ sowieso, aber auch oberhalb.

Nur bei $r = M \cdot G/c^2$ bewegt sich nichts, da die Zeit steht.

2 Bestätigung

2.1 Aufgabenstellung

Im Kosmos herrscht die Abstoßung. Seine Expansion ist Tatsache. Ergäbe es sich, dem Kosmos Kugelgestalt zu unterstellen und der Radius dieser Kugel wäre kleiner als $r = M \cdot G/c^2$, so könnte die o.g. Auffassung der Schwerkraft Bestätigung finden, denn damit wäre dann die gravitative Abstoßung evident.

So soll es nun im Folgenden Ziel der Überlegungen sein, unter Einbeziehung gesicherter Auffassungen der theoretischen Astrophysik eine Modellvorstellung vom Universum zu entwickeln, deren mathematische Kalkulation die bekannten Zahlenwerte der experimentellen Astrophysik zusammenhängend wiedergibt.

Die zu bestätigenden Zahlenwerte sind:

- a) Die durchschnittliche Dichte der baryonischen Materie: $\rho_0 = 4.5 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
[\[Quelle\]](#)
- b) Die durchschnittliche Massendichte des Universums: $\rho = 3 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
[\[Quelle\]](#)
- c) Die Hubble-Konstante mit $H_0 = 70.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$
[\[Quelle\]](#)
- d) Die durchschnittliche Massendichte am kosmischen Horizont $\rho_u = 1 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$
[\[Quelle\]](#)
- e) Die Bremsbeschleunigung der Pioneer-Sonden mit $a_p = -8.74 \cdot 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
[\[Quelle\]](#)

Zu berücksichtigende Auffassungen:

- 1) Das Universum sieht im Wesentlichen überall gleich aus
- 2) Es ist unbegrenzt
- 3) Es ist endlich
- 4) Es expandiert
- 5) Bislang wird der Expansion die Kraft eines Urknalls zugrunde gelegt. Im Rahmen der Vorüberlegungen wird diese Hypothese angenommen.
- 6) Der Raum ist durch die Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit als Raum-Zeit-Kontinuum aufzufassen

Hieraus wird oft der Schluss gezogen, das Weltall sei die drei-dimensionale Oberfläche einer vier-dimensionalen Kugel. Dies analog zu der Standardform der allermeisten Himmelskörper, deren Oberfläche in der Regel auch unseren Lebensraum auf der Erde beschreibt und damit unseren Erfahrungshintergrund.

Des Weiteren sind Phänomene wie *Dunkle Materie* und *Dunkle Energie* proklamiert worden. Die Dunkle Materie ist in ρ bereits enthalten. Die Dunkle Energie ist der Motor der beschleunigten Expansion, deren Grundlage wiederum die Rotverschiebung ist.

2.2 Gedankenexperiment

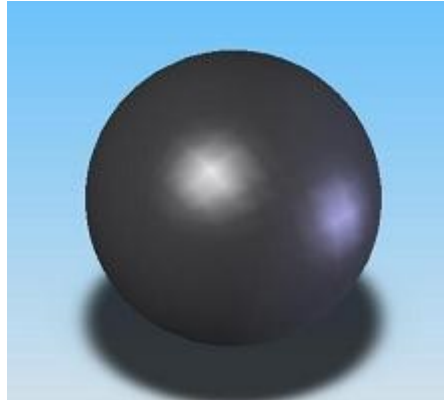
Man stelle sich vor, die Masse der Erde sei in einer Kugelschale vereint. Die Schwerkraft auf der Oberfläche der Kugelschale wird an ihrem Radius dieselbe sein, als ob es sich um eine Vollkugel mit derselben Masse handelte, da zur Gravitationsbestimmung die Masse als in ihrem Schwerpunkt vereint betrachtet werden kann.

Wäre diese Kugelschale unendlich groß und ließe man Sie von ihrer eigenen Gravitation schrumpfen, so wäre die Geschwindigkeit ihres Schrumpfens gleich der Sturzeschwindigkeit v , da sich diese wie beschrieben ergibt. Während des Schrumpfens befinden sich die Massenpunkte der Kugelschale nun in Schwerelosigkeit ($\sum E = 0$).

Bemerkenswert bei diesem Gedanken jedoch ist der Umstand, dass die Masse des bisherigen Probekörpers gleich der im Newton'schen Gravitationspotential steckenden Masse ist.

2.3 Eckdaten

Das Gedankenexperiment mit der Kugelschale bzw. o.g. und in Kap. 1 entwickelter Energiesatz des Freien Falls lässt sich nun sehr gut auf die Vorstellung von der Gestalt des Universums als Oberfläche einer Hyperkugel anwenden, da auch hier jeder Massenpunkt den gleichen Abstand vom Zentrum hat. Die oft vermutete Gestalt also. Die Abb. unten veranschaulicht sie, jedoch schon einmal um eine Dimension reduziert:



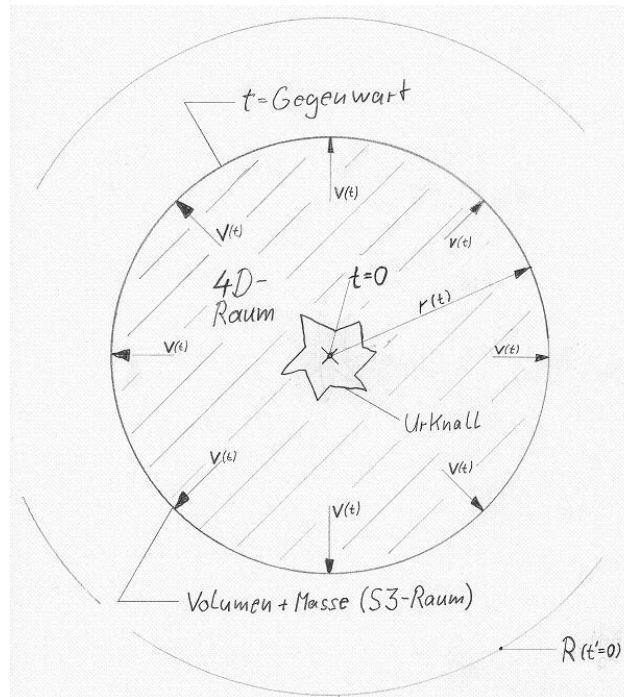
Signifikantes Merkmal des Kosmos aber ist seine Expansionsrate. Die Kalkulation ihres Zusammenhangs ergibt sich angesichts der Kugelgestalt nur unter Zuhilfenahme verschiedener neuer Gedanken: Aus dem Raum-Zeit-Kontinuum ergibt sich die Möglichkeit einer vierdimensionalen Auffassung, die beschrieben werden wird. Auch muss sich eine reelle Sturzgeschwindigkeit ergeben, da der Kosmos expandiert. Schließlich steht das Problem der dunklen Materie im Raum. Somit bleibt kein anderer Weg, als Schritt für Schritt die Details anzusprechen.

2.3.1 Dunkle Materie

Schließlich wird hier jetzt angenommen, das Universum sei die Oberfläche einer Hyperkugel. Ihre Expansion wird zur Beschreibung der Dynamik des Weltalls vorerst festgehalten. Später wird sie begründet. Es ergibt sich damit, dass sich nicht nur der Raum dieser (sog.) kosmischen Oberfläche vergrößert, sondern auch der Abstand jedes einzelnen Massenpunktes in der Oberfläche zum ursprünglichen Zentrum der Kugel, *in* der der Urknall stattfand. Da die Expansion noch immer anhält, kann davon ausgegangen werden, dass die Explosionskraft weiterhin vorhanden ist – so als zünde man einen Knallkörper im Inneren eines Luftballons. Der Abstand zum Urknallzentrum vergrößert sich also mit einer bestimmten Geschwindigkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt. Nach Einstein aber erhöht sich die Masse eines Körpers unter Bewegung. In Teilchenbeschleunigern muss dieses Phänomen berücksichtigt werden. Wo aber die vergrößerte oder neue Masse tatsächlich im Raum zu suchen wäre, konnte bisher m.W. noch nicht geklärt werden.

Fakt ist, es gibt einen Massenzuwachs und dieses Phänomen wird hier im Rahmen der Abstandsvergrößerung der Massenpunkte im Universum zum ursprünglichen Urknallzentrum herangezogen. Der Abstand aber liegt in Gestalt des Zusammenhangs von Zeit und Expansionsgeschwindigkeit vor. Es ist der Abstand zum *vergangenen* Urknallzentrum. Er steigt also auf der Zeitachse vom Zentrum bis heute an. Die Massenvergrößerung aus seiner Vergrößerungsgeschwindigkeit v berechne sich nach $M = m / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ oder

$M = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho(v)$, da es sich um die infinitesimal dünne Kugelschale einer vierdimensionalen Kugel handelt – ihre Oberfläche also.



Es muss erwähnt werden, dass sich auch der Energiegehalt dieser Masse nach $E_0 = M \cdot c^2$ vergrößern soll. Ebenfalls habe M gravitative Wirkung. Die dunkle Materie DM sei demnach der Massenzuwachs $DM = M - M_0$ hervorgerufen durch die Geschwindigkeit aus der Urknallexplosion.

Bemerkenswert ist der Umstand, dass die Expansion aus Richtung Urknall senkrecht auf dem uns bekannten Raum, also der Oberfläche der Hyperkugel, steht. Hierdurch ist sie im Dreidimensionalen nicht nachweisbar, schließlich richtet sie sich ja auf dem Zeitpfeil aus der Vergangenheit in die Zukunft.

2.3.2 Größe des Kosmos

Vor diesem Hintergrund kann versucht werden, die gewonnenen Erkenntnisse zur Schwerkraft anzuwenden. Die Dichte der baryonischen Materie ρ_0 ist bekannt und wird mittels $V \cdot \rho_0 = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho_0 = M_0$ als Masse des Universums im Ruhezustand (Ruhmasse) angenommen. Die Summe aus Dunkler Materie und Ruhmasse wird mit ρ zur Gegenwart in Gestalt von $V \cdot \rho = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho = M$ beschrieben. Der Massenzuwachs ΔM ergibt sich dem entsprechend zu $\Delta M = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot (\rho - \rho_0)$. Mit diesen Vorüberlegungen kann der Energiesatz des Freien Falls vollständig bestimmt werden:

$$0 = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \left[\rho \cdot \left[c \cdot \left[1 + \left(-\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho \cdot G}{r} \right) \cdot \frac{1}{c^2} \right] \right]^2 - \rho \cdot c^2 - \rho \cdot \left(-\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot r^3 \cdot \rho \cdot G}{r} \right) - c^2 \cdot (\rho - \rho_0) \right]$$

Nach r verwandelt ergibt sich der Radius des gegenwärtigen Universums r_0 zu

$$r_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{G}} \cdot c \cdot \frac{\sqrt{\rho^2 + \rho \left(\frac{3}{2}\right)} \cdot \sqrt{5 \cdot \rho - 4 \cdot \rho_0}}{\rho \left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$r_0 = 1.877 \cdot 10^{26} \text{ m}$$

Daraus:

$$M_0 = 5.871 \cdot 10^{52} \text{ kg}$$

$$M = 3.914 \cdot 10^{53} \text{ kg}$$

2.3.3 Expansionsgeschwindigkeit

Im Kap.2.3.1 ist der Zusammenhang der relativistischen Massenvergrößerung genannt worden. Hierin ist nun m die Ruhmasse M_0 . Legt man ihre Berechnung zugrunde, ergibt sich

$\rho = \rho_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Nach v verwandelt ergibt sich mit

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \frac{\rho_0^2}{\rho^2}}$$

die gegenwärtige Expansionsgeschwindigkeit v_0 zu

$$v_0 = 2.964 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Der Wert ist reell, so dass sich jetzt schon sagen lässt, dass es sich a) um eine Abstoßung handelt und b) ist damit $r_0 < \left(M \cdot G/c^2\right) = 2.9 \cdot 10^{26} \text{ m}$, der Wert also, an dem das Potential V null ist. Prägnant gesprochen befindet sich der Kosmos also im Freien Fall in die Zukunft.

2.4 Expansion

Um diesen schwerelosen Sturz in die Zukunft zu quantifizieren, ist es zuerst notwendig, Expansionsgeschwindigkeiten anzunehmen. a) weil die Gesamtmasse M von ihnen abhängt und b), weil eine Verwandlung des Energiesatzes nach v nicht gelungen ist, aber auch damit hätte man schließlich Abstände r annehmen müssen. Die Geschwindigkeit wird im Folgenden zwischen null und v_0 angenommen. Die erhaltenen Werte werden Auskunft über das Verhalten der Kugelschale geben.

2.4.1 Verhalten

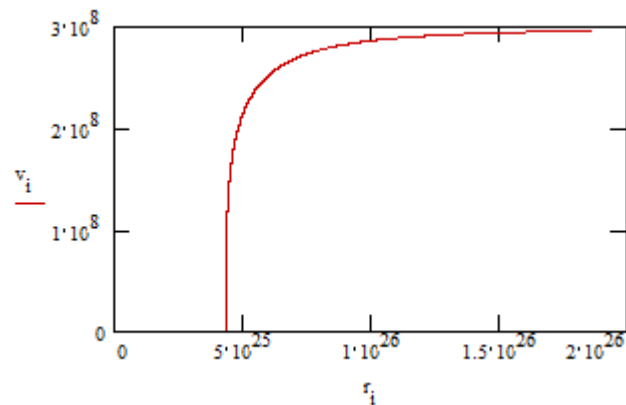
Somit können über den bekannten Wert der Ruhmasse M_0 die Paare (M, v) von Gesamtmasse und Expansionsgeschwindigkeit mittels der relativistischen Massenvergrößerung gebildet werden. Damit kann der Energiesatz dann in folgender Gestalt geschrieben werden:

$$0 = M \left[c \left[1 + \left(\frac{M \cdot G}{r \cdot c^2} \right) \right] \right]^2 - M \cdot c^2 - M \left(\frac{M \cdot G}{r} \right) - c^2 \cdot (M - M_0)$$

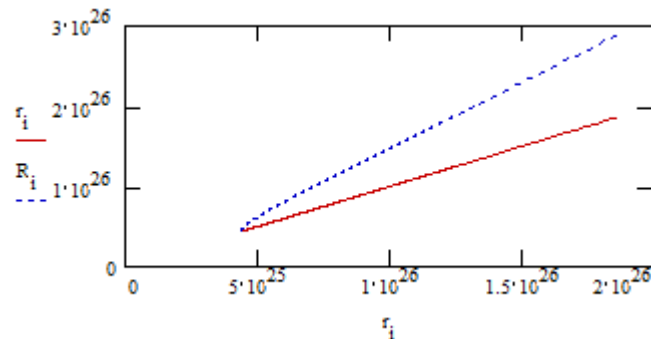
Nach r verwandelt ergibt sich

$$r = \frac{1}{\left[2 \cdot (c^4 \cdot M - c^4 \cdot M_0) \right]} \left[-M^2 \cdot G \cdot c^2 + M^{\left(\frac{3}{2} \right)} \cdot G \cdot c^2 \cdot \sqrt{5 \cdot M - 4 \cdot M_0} \right]$$

Damit sind die Daten (M , v , r) für jeden Zeitpunkt bekannt. Folgende Abbildung stellt den Zusammenhang $v(r)$ dar:

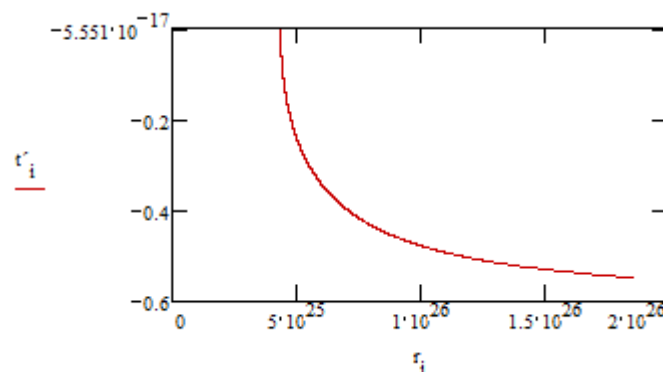


Der Abstand von r zu $R = M \cdot G / c^2$, dem Ort also, wo $V = 0$ gilt, zeigt sich über r wie folgt:



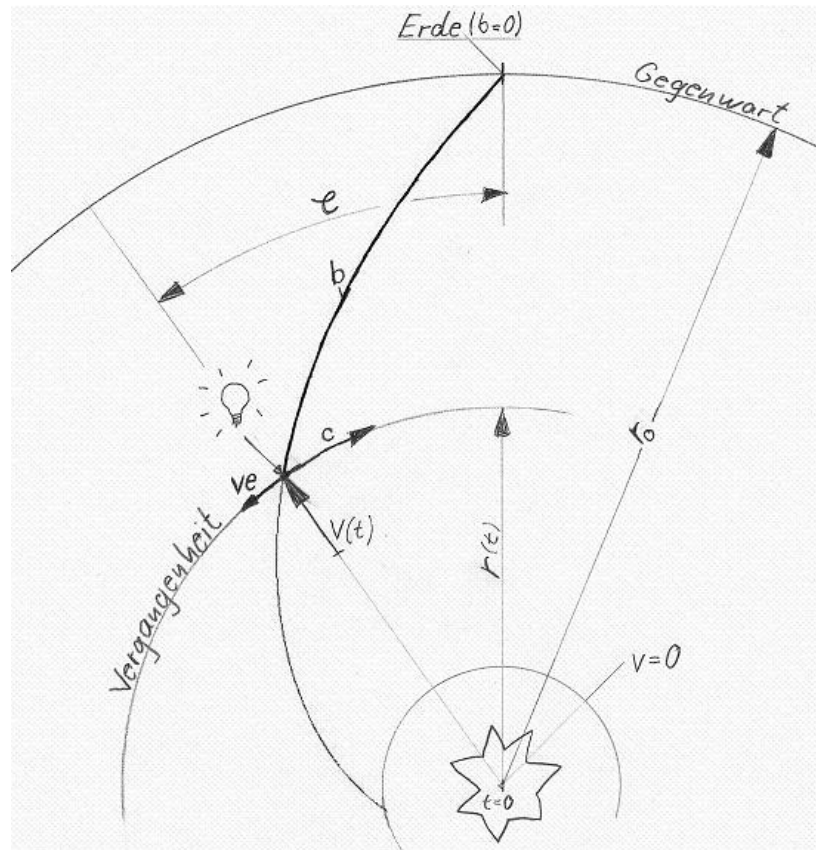
Das bestätigt noch einmal die Vermutung, dass die Zeit, global bezogen auf das Universum, tatsächlich entgegengesetzt zum Zeitverlauf in der hypothetischen Umgebung verläuft.

Folgende Abb. quantifiziert den Zeitverlauf t'_i im Kosmos gegenüber $R = M \cdot G / c^2$, ($t = 1$):



2.4.2 Hubble-Konstante

Die Hubble-Konstante erstattet nicht nur Bericht über die Expansion der Oberfläche der Hyperkugel, sondern sie gibt auch Auskunft über ihre Charakteristik in der Vergangenheit, da der Blick in die Tiefe des Universums zugleich einer in die Vergangenheit, also in ein kleineres Universum, ist. Kleiner, da es seither expandiert. Folgendes Bild veranschaulicht die Vorstellung:



Die Ausdehnung r ist ein Maß für die Zeit seit dem Urknall. Sie ergibt sich aus Expansionsgeschwindigkeit und Dauer seither. Himmelskörper (Lampe und Erde) haben nicht nur einen räumlichen Abstand voneinander, sondern sie stehen auch in einem Winkel φ zueinander, da es sich um eine Kugel handelt. Während nun das Licht der Lampe sich mit Lichtgeschwindigkeit in unsere Richtung bewegt, vergeht Zeit. Zeit, in der das Universum expandiert bzw. die zeitliche Dimension in Gestalt eines räumlichen Vektors jeweils senkrecht zur Bewegungsrichtung des Lichts zunimmt. Dies tut er mit der Expansionsgeschwindigkeit $v(r)$ des Radius der Hyperkugel.

Zur Verdeutlichung sei gesagt, dass die Oberfläche zur jeweiligen Zeit immer unseren Raum zur Gegenwart darstellt, da alle seine Massenpunkte den gleichen Abstand zum ursprünglichen Urknallzentrum haben. Wirft man also von der Erde einen Blick ins All, so befinden sich die erblickten Himmelskörper nicht nur in der Vergangenheit, schließlich braucht das Licht Zeit, bis es uns erreicht, sondern die gesichteten Himmelskörper haben auch einen kleineren Abstand zum Urknallzentrum, da das Universum zum Zeitpunkt des Aussendens des Lichts kleiner war – es war einfach jünger.

Der Weg des Lichts der fernen Himmelskörper zu uns steht daher unter einem bestimmten Winkel zur Oberfläche der Hyperkugel, die dem Universum der Gegenwart entspricht, dass man jedoch nicht erblicken kann, da man immer in die Vergangenheit schaut (s. Abb. o.).

Dieser Lichtpfad b hat also eine Steigung. Dieser Umstand wird gut mit einer logarithmischen Spirale $R = r \cdot e^{k \cdot \varphi}$ wiedergegeben wobei aber zugegebenermaßen mit k eine konstante Steigung gemeint ist. Hier jedoch ergibt sich die Steigung k aus Lichtgeschwindigkeit und Expansionsgeschwindigkeit in Form von $k(r) = v(r)/c$ - ist also variabel.

Bei Expansion der Hyperkugel ergibt sich unter einem Winkel φ eine Vergrößerung des Abstandes von Lampe und Erde in Gestalt einer Geschwindigkeit $v_e = \varphi \cdot v$. Da der Winkel des Lichtpfades, seine Steigung, gegenüber der Gegenwartsebene oder Oberfläche der Hyperkugel im drei-dimensionalen Raum nicht wahrgenommen werden kann, ist v_e für uns die Expansionsgeschwindigkeit des Raums, wie sie durch die Hubble-Konstante in Form von $H_0 = v_e/s$ beschrieben wird. Der Weg s hingegen stellt ein mathematisches Problem dar.

Schließlich können wir denjenigen Anteil des Lichtpfades b , der zu Lasten der Expansion r 's geht, nicht erkennen.

Beispiel: Man stelle sich eine Ameise vor, die auf einem Luftballon, der währenddessen aufgepumpt wird, von einem auf den Ballon gemalten Punkt zu einem anderen krabbelt. Welche Strecke legt Sie auf dem Ballon zurück? Man stelle sich zur Lösung des Problems weiter vor, der Ballon expandiere über seinem Radius mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Ameise krabbelt. Dann ist klar, die Ameise legt das gleiche Stück zurück wie die Differenz des Radius während des Aufpumpens, da für beide Geschwindigkeiten dieselbe Zeit gilt. Wären die Geschwindigkeiten unterschiedlich, so wäre der Weg s der Ameise die Zeit der Expansion mal ihrer Geschwindigkeit.

In Anlehnung daran gestaltet sich die Berechnung der Hubble-Konstante folgendermaßen:

Der Winkel φ zur Berechnung v_e 's ergibt sich aus der logarithmischen Spirale $r = r_0 \cdot e^{k \cdot \varphi}$

$$\varphi(r) = \frac{1}{k(r)} \cdot \ln \left(\frac{r}{r_0} \right)$$

Die Steigung k variiert. Als Näherung wird daher die mittlere Expansionsgeschwindigkeit folgendermaßen zugrundegelegt

$$k(r) = - \frac{v_0 + v(r)}{2 \cdot c}$$

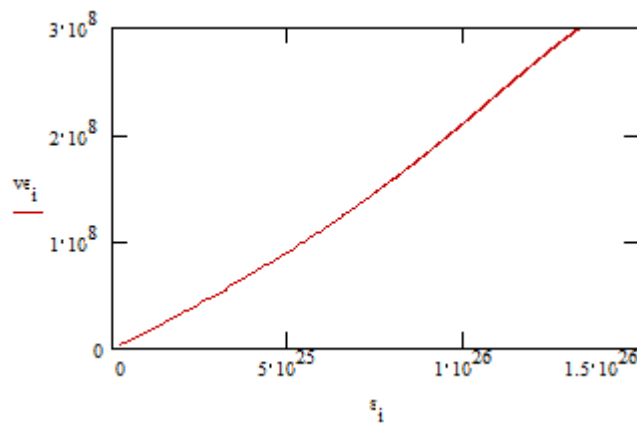
Negativ, da die Spirale von r_0 aus in die Vergangenheit windet. Damit wäre die Entfernungsgeschwindigkeit $v_e(r) = \varphi(r) \cdot v(r)$ geklärt.

Jetzt kommt es zur Bestimmung der Entfernung s : Hierzu notwendig ist vor allem die Dauer t der Expansion zwischen den unterschiedlichen Abständen r . Wiederum wird auf eine mittlere Expansionsgeschwindigkeit zurückgegriffen, da diese sich im Wesentlichen kaum ändert (s. Abb. $v(r)$ o.):

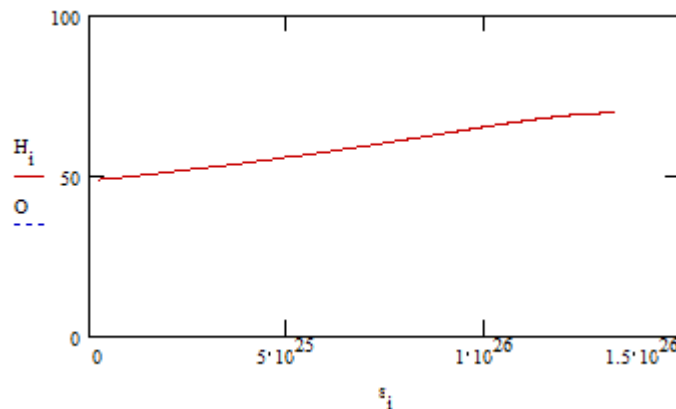
$$t(r) = \frac{\Delta r}{\bar{v}} = \frac{2}{v_0 + v} \cdot (r_0 - r)$$

Dies ist die richtige Zeit, da die Spirale sich von r_0 aus in die Vergangenheit windet, ganz so, wie es der Beobachter des Weltalls empfindet. Die vom Licht aus der Vergangenheit zurückgelegte Strecke ist also $c \cdot t$.

Die Darstellung $v_e(s)$ ergibt sich erwartungsgemäß:

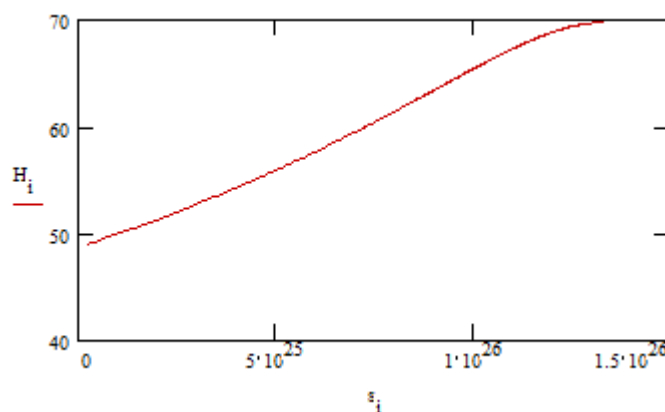


Bei genauer Betrachtung erkennt man in $ve(s)$ eine Kurve, die sich folgerichtig auch in $H(s) = ve(s)/s$ niederschlägt:

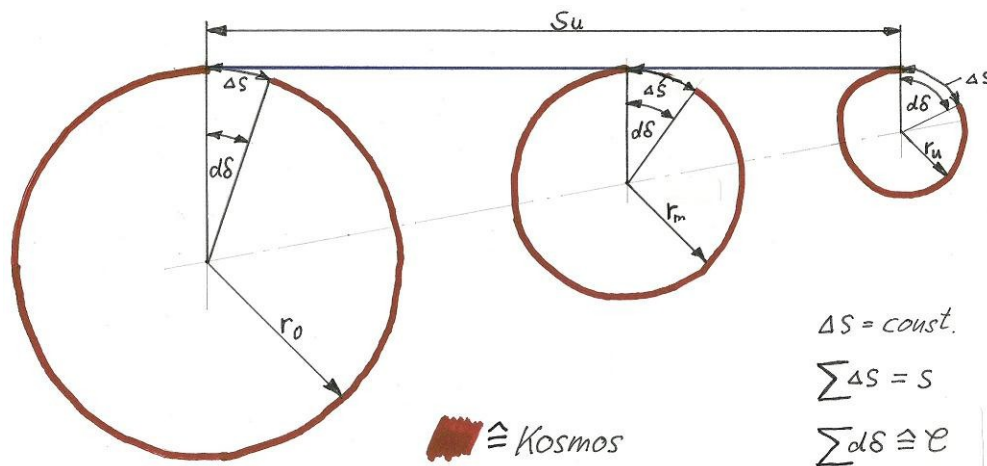


Die Entfernung zum kosmischen Horizont beträgt $s_u = c \cdot t_u = 1.326 \cdot 10^{26} \text{ m} = c/H_u$. Der am kosmischen Horizont ermittelte Wert für H beträgt $H_u = 69.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$. Der Wert in unserer Nähe (42 Mpc) beträgt $H_0 = 49.0 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$. Dies verträgt sich gut mit dem Wert aus Forschung, in der sich $H(z) = H_0 \cdot \sqrt{0.25 \cdot (1+z)^{3+0.75}}$ in der näheren Umgebung zu $H(\sim 0) = 35 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$ ergibt. Der Wert H_0 's liegt hier also näher an der Realität.

Die folgende Darstellung stellt den Anstiegs H 's zum Horizont verstärkt dar:

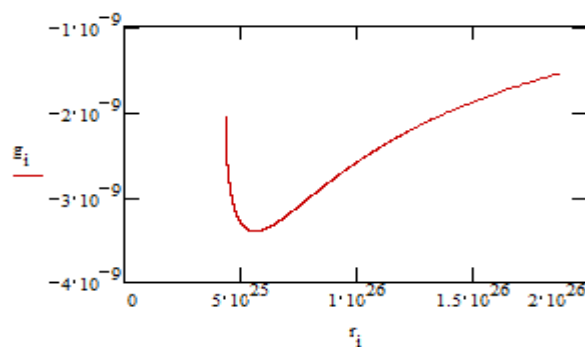


Folgende Darstellung verdeutlicht den Zusammenhang:



2.4.3 Beschleunigung

Vielleicht ist noch der Verlauf der Schwerkraft, mit der der Kosmos in die Zukunft fällt, und ihr Wert in der Gegenwart von Interesse. In der Abb. entspricht $r_i = r(v \approx 0) \dots r(v_0)$:



Gegenwärtig beträgt die Beschleunigung des Sturzes $g_0 = -1.556 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

2.4.4 Dichte des frühen Universums

Der durchschnittlichen Massendichte des frühen Universums ρ_u wird die Dichte baryonischer Materie zum Zeitpunkt in der Entwicklung des Universums zugrunde gelegt, wo von uns aus die Fluchtgeschwindigkeit der Himmelskörper v_e der Lichtgeschwindigkeit c entspricht, also das Licht abreißt – anders gesagt am kosmischen Horizont.

Sie berechnet sich somit als $\rho_u = \rho_0 \cdot \left(\frac{r_0}{r_u}\right)^3$, da ρ_0 bekannt ist und die Radien zur Gegenwart (r_0) und Vergangenheit ($r_u = 6.446 \cdot 10^{25} \text{ m}$, s. a. Kap.2.4.2) die Volumina der jeweiligen Gegenwartsebene nach $V = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3$ bilden, was dem Rauminhalt der Oberfläche einer Hyperkugel entspricht. Sie ergibt sich mit den ermittelten Daten zu

$$\rho_u = 1.11 \cdot 10^{-26} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

2.5 Ergebnisse

a) Hubble-Konstante

Messwert: $H_{\text{Mess}} = 70.5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$,

berechneter Wert: $H_{\text{Kalk}} = 69.8 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$

$$\text{Abweichung: } \left(\frac{H_{\text{Kalk}}}{H_{\text{Mess}}} - 1 \right) \cdot 100 = -1.0\%$$

Bemerkung: Die Hubble-Konstante wurde mit diversen Methoden mehrfach gemessen. Der verwendete Messwert bezieht sich auf eine Messung, die über fünf Jahre mit der Raumsonde WMAP durchgeführt wurde.

b) Dichte des frühen Universums

Messwert: $\rho_{\text{uMess}} = 1 \cdot 10^{-26} \text{ m} \cdot \text{kg}^{-3}$

berechneter Wert: $\rho_{\text{uKalk}} = 1.11 \cdot 10^{-26} \text{ m} \cdot \text{kg}^{-3}$

$$\text{Abweichung: } \left(\frac{\rho_{\text{uKalk}}}{\rho_{\text{uMess}}} - 1 \right) \cdot 100 = +11\%$$

Bemerkung: Die Genauigkeit des Messwerts ließe auch eine Abweichung von 0% zu.

3 Schluss

3.1 Unsicherheit

Die Abweichungen der berechneten Werte gegenüber den Messwerten ist erstaunlich gering. Angesichts der immensen Schwierigkeiten, die sog. Ruhdichte ρ_0 zu finden und erst recht des Gleichen bei der Ermittlung der Gesamtdichte, die sich schließlich nur indirekt über das Verhalten der Himmelskörper bestimmen lässt, möchte ich die größte Bewunderung für die Arbeit der Forscher deutlich zum Ausdruck bringen. Niemals könnte ich mich in meinen Annahmen bestätigt fühlen, wären diese Angaben nicht von solcher Treffsicherheit, so dass mir kaum noch Luft bleibt, weiter zu tüfteln.

Auch möchte ich ansprechen, dass die Gleichung der logarithmischen Spirale, auf der die Entfernungsgeschwindigkeit v_e fußt, nicht exakt stimmen kann, da es sich hier um eine variierende Steigung handelt, wenn auch minimal. Dies auch in Anbetracht des Versuchs einer Näherung. Zwar ändert sich der Wert der Steigung im betrachteten Intervall nur wenig, so dass sich in den Ergebnissen auch kaum eine Abweichung gegenüber den exakten Verhältnissen zeigen mag, doch darf ich diesen Systemfehler der Vollständigkeit halber an dieser Stelle nicht unterschlagen.

Ebenfalls kann die hier betriebene Berechnung der Entfernungen s nur eine Näherung darstellen. M.W. ergeben sie sich korrekt mithilfe einer komplizierten Differentialgleichung.

3.2 Urknall

Die Frage der Expansion scheint geklärt, vielleicht sogar die der beschleunigten Expansion. Die Beantwortung der Hypothese vom Urknall erscheint schwierig. Schwierig insbesondere aus dem Grund, dass ein Mikrowellenhintergrund im Raum gemessen wurde, der als Bestätigung eines Urknalls gilt.

Die behandelte Auffassung zeigt zwar einen steilen Anstieg der Expansionsgeschwindigkeit ab $r = M_0 \cdot G/c^2$, jedoch ergibt sich dieser über der Zeit als zu gering, als dass man von einer Explosion sprechen könnte. Es ist eben ein Sturz. Bemerkenswert jedoch, dass in $r = M_0 \cdot G/c^2$ das System in Ruhe ist. Somit stellt sich die Frage, was setzte den Sturz in Gang? Allein der Umstand, in dieser Auffassung nicht bis hin zu $r = 0$ denken zu können, lässt einen Hoffnungsschimmer zu, dass unter $r = M_0 \cdot G/c^2$ Dinge stattfanden, von denen a) hier noch nichts bekannt sein kann und die b) vermuten lassen könnten, eine Explosion habe doch einmal stattgefunden. Sie wäre auch angesichts dieses Konzepts unverzichtbar.

Indirekt gibt Kap.1.1.3, S.4, eine Möglichkeit vor. Ich habe es zwar nicht gezeigt, doch ist die Schwerkraft g unterhalb $r = 2 \cdot M \cdot G/c^2$ dauerhaft negativ bis hin zu negativ-unendlich bei $r = 0$. Wenn es nun im Bereich dieser extremsten Energiedichte noch Gravitation gibt, muss die Masse explodieren, da sich unter diesen Verhältnissen gegenüber der hypothetischen Umgebung (Potential $V = 0$ bei Abstand $r = M \cdot G/c^2$) unendliche Abstoßung entwickelt. Welche Masse dann jedoch vorläge, entzieht sich mir völlig.

3.3 Nachwort

Als Mensch, dessen Ideen auf seiner Vorstellungskraft fußen, hat mich die Erkenntnis von einem richtungsverkehrt verlaufenden Zeitpfeil zutiefst verunsichert. Man sieht sich gezwungen, die Rollen von Ursache und Wirkung zu vertauschen, gerät in Versuchung, anzunehmen, es gäbe die Zukunft bereits, sie sei gar vorherbestimmt. Unter Zuhilfenahme überall gleich geltender Lichtgeschwindigkeit und verschiedenen Standpunkten der Beobachtung, in denen die unterschiedlichen Zeitverläufe gelten, klären sich diese Paradoxa jedoch auf.

Von welcher Gestalt das sichtbare Universum in seiner wahren Geometrie ist, liegt leider nicht im Rahmen meiner Vorstellungskraft. Erwähnenswert auch, es gibt theoretisch noch eine zweite Grenze der Sichtweite: Man kann nicht tiefer sehen, als das Universum alt ist.

Vielleicht ist es gar nicht falsch, dass unser Blick, wohin wir auch immer schauen mögen, nie über das Universum hinausgehen kann. Unser Blick richtet sich immer mehr oder minder zum vergangenen Urknallzentrum. Erblickten wir tatsächlich unsere (hypothetische) Umgebung, so sähen wir wohl merkwürdige Dinge. Merkwürdig vor allem, da es für uns der Raum der Zukunft ist. Diese allerdings läge auch unter der Bedingung, wir könnten diesen Raum sehen, vollständig im Dunkeln, denn die für uns m.E. geltende Abstoßung gilt für die Wahrnehmung aus unserem Universum heraus auch für den Raum oberhalb $R = M \cdot G/c^2$, womit selbst das Licht in ihm von uns weggeschleudert erschiene.

